ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑ

Ενδεικτικές Επαναληπτικές Δραστηριότητες 1

1. Να χαρακτηρίσετε με ΟΡΘΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

(α) Ο κύλινδρος είναι πολύεδρο.	ΟΡΘΟ / (ΛΑΘΟΣ)
(β) Αν διπλασιάσω την ακτίνα ενός κώνου το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του θα οκταπλασιαστεί. $E_κ=\pi R\lambda \rightarrow E_κ=\pi\cdot 2R\lambda$ $=2\pi R\lambda$	ΟΡΘΟ / (ΛΑΘΟΣ)
(γ) Η ακτίνα ενός κώνου είναι πάντοτε μικρότερη από το ύψος του.	ΟΡΘΟ / (ΛΑΘΟΣ)
(δ) Κύβος με όγκο 16 m^3, έχει ακμή 4 m. $a^3=16$ $a=\sqrt[3]{16}$ $a\neq 4$	ΟΡΘΟ / (ΛΑΘΟΣ)

2. Το μήκος της διαγώνιου κύβου είναι $4\sqrt{3}$ cm. Να υπολογίσετε τον όγκο του.

$\delta=a\sqrt{3}$
$4\sqrt{3}=a\sqrt{3}$
$a=4cm$

$V=a^3$
$=4^3$
$=64\ cm^3$

3. Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει όγκο 36 cm^3 και πλάτος 3 cm. Αν το ύψος του είναι τριπλάσιο του μήκους του να υπολογίσετε το μήκος της διαγώνιού του

$a=3cm$
$b=3x$
$\gamma=x$

$V=a.b.\gamma$
$36=3.3x.x$
$\frac{36}{9}=\frac{9x^2}{9}$
$x^2=4$
$x=2$

$a=3cm$
$b=6cm$
$\gamma=2cm$

$\delta=\sqrt{a^2+b^2+\gamma^2}$
$=\sqrt{3^2+6^2+2^2}$
$=\sqrt{9+36+4}$
$=\sqrt{49}$
$=7\ cm$

4. Κύβος έχει εμβαδόν ολικής επιφάνειας 96 m^2 και έχει τον ίδιο όγκο με ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο που έχει μήκος 4 m και πλάτος 2 m. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου.

$E_{ολ}=6a^2$
$\frac{6a^2}{6}=\frac{96}{6}$
$a^2=16$
$a=\sqrt{16}$
$a=4m$

$V_{κυβ}=a^3$
$=4^3$
$=64\ m^3$

$V_{κυβ}=V_{παρ.}$

$V=a.b.\gamma$
$64=4.2.\gamma$
$\frac{64}{8}=\frac{8\gamma}{8}$
$\gamma=8m$

$E_{ολ}=2(ab+a\gamma+b\gamma)$
$=2.(4.2+4.8+2.8)$
$=2.(8+32+16)$
$=2.56$
$=112\ m^2$

MATHematics.mousoulides.com

5. Να βρείτε το εμβαδό της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου αν έχει ακτίνα $4\,cm$ και όγκο $80\pi\ cm^3$.

$V = \pi R^2 \cdot \upsilon$
$80\pi = \pi \cdot 4^2 \cdot \upsilon$
$\frac{80}{16} = \frac{16 \cdot \upsilon}{16}$
$\upsilon = 5\,cm$

$E_K = 2\pi R \cdot \upsilon$
$= 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 5$
$= 40\pi\ cm^2$
$\simeq 125{,}6\ cm^2$

6. Το εμβαδό της κυρτής επιφάνειας κυλίνδρου είναι $120\pi\ cm$ και το ύψος του $5\,cm$. Να υπολογίσετε τον όγκο του κυλίνδρου (συναρτήσει του π).

$E_K = 2\pi R \upsilon$
$120\pi = 2\pi \cdot R \cdot 5$
$\frac{120}{10} = \frac{10R}{10}$
$R = 12\,cm$

$V = \pi R^2 \cdot \upsilon$
$= \pi \cdot 12^2 \cdot 5$
$= \pi \cdot 144 \cdot 5$
$= 720\pi\ cm^3$
$\simeq 2260{,}8\ cm^3$

7. Η περίμετρος της βάσης ενός κυλίνδρου είναι $14\pi\ cm$ και το ύψος του είναι $10\,cm$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.

$\Pi_B = 2\pi R$
$14\pi = 2\pi R$
$\frac{14}{2} = \frac{2R}{2}$
$R = 7\,cm$

$E_{ολ} = E_K + 2E_B$
$= 2\pi R \cdot \upsilon + 2\pi R^2$
$= 2\pi \cdot 7 \cdot 10 + 2\pi \cdot 7^2$
$= 140\pi + 98\pi$
$= 238\pi$
$\simeq 747{,}3\ cm^2$

8. Κύλινδρος έχει εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $64\pi\ cm^2$ και η ακτίνα της βάσης είναι διπλάσια του ύψους του. Να υπολογίσετε τον όγκο του κυλίνδρου

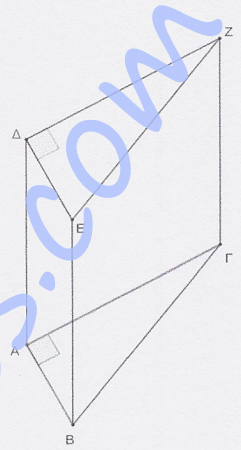
$R = 2x$
$\upsilon = x$

$E_K = 2\pi R \upsilon$
$64\pi = 2\pi \cdot 2x \cdot x$
$\frac{64}{4} = \frac{4x^2}{4}$
$x^2 = 16$
$x = 4$
αφού $x > 0$

$V = \pi R^2 \cdot \upsilon$
$= \pi \cdot 8^2 \cdot 4$
$= \pi \cdot 64 \cdot 4$
$= 256\pi$
$\simeq 803{,}8\ cm^3$

MATHematics.mousoulides.com

9. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο ορθού πρίσματος του οποίου το ύψος είναι 9 cm και οι βάσεις του είναι ορθογώνια τρίγωνα με κάθετες πλευρές $A\Gamma = 12\ cm$ και $AB = 5\ cm$.



Π.Θ. $B\Gamma^2 = A\Gamma^2 + AB^2$
$B\Gamma^2 = 12^2 + 5^2$
$B\Gamma^2 = 144 + 25$
$B\Gamma^2 = 169$
$B\Gamma = \sqrt{169}$
$B\Gamma = 13\ cm$

$E_{ολ} = 2E_β + E_Π$
$= 2 \cdot 30 + 270$
$= 60 + 270$
$= 330\ cm^2$

$V = E_β \cdot υ$
$= 30 \cdot 9$
$= 270\ cm^3$

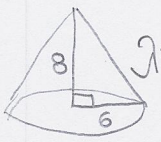
$E_β = \frac{β \cdot υ}{2}$
$= \frac{5 \cdot 12}{2}$
$= 30\ cm^2$

$Π_β = 5 + 12 + 13 = 30\ cm$
$E_Π = Π_β \cdot υ = 30 \cdot 9 = 270\ cm^2$

10. Κώνος έχει όγκο $96\pi\ m^3$ και περίμετρο βάσης $12\pi\ m$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.

$V = \frac{\Pi R^2 \cdot υ}{3}$
$96\Pi = \frac{\Pi \cdot 6^2 \cdot υ}{3}$
$96 = \frac{36 \cdot υ}{3}$
$\frac{96}{12} = \frac{12υ}{12}$
$υ = 8\ m$

$Π_β = 2\Pi R$
$12\Pi = 2\Pi R$
$R = 6\ m$



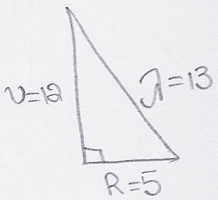
Πυθαγόρεια τριάδα $\left.\begin{matrix}6,8,υ\end{matrix}\right\} λ = 10m$

$E_{ολ} = E_β + E_κ$
$= \Pi R^2 + \Pi R λ$
$= \Pi \cdot 6^2 + \Pi \cdot 6 \cdot 10$
$= 36\Pi + 60\Pi$
$= 96\Pi$
$\cong 301{,}4\ m^2$

11. Κώνος έχει όγκο $100\pi\ cm^3$ και ακτίνα 5 cm. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της κυρτής του επιφάνειας.

$V = \frac{\Pi R^2 υ}{3}$
$100\Pi = \frac{\Pi \cdot 5^2 \cdot υ}{3}$
$\frac{100}{1} = \frac{25υ}{3}$
$\frac{25υ}{25} = \frac{300}{25}$
$υ = 12\ cm$

$E_κ = \Pi R λ$
$= \Pi \cdot 5 \cdot 13$
$= 65\Pi$
$\cong 204{,}1\ cm^2$



Πυθαγόρεια τριάδα
5, 12, 13

MATHematics.mousoulides.com

12. Η γενέτειρα κώνου σχηματίζει με το επίπεδο της βάσης γωνία 60°. Αν η ολική επιφάνεια του κώνου είναι $108\pi\ m^2$, να υπολογίσετε:
   (α) Τον όγκο του.
   (β) Αν η κυρτή επιφάνεια του κώνου θα βαφτεί, να υπολογιστεί το συνολικό κόστος για το βάψιμο, εάν το κάθε τετραγωνικό μέτρο στοιχίζει €15.

$Ε_{ολ} = Ε_β + Ε_κ$

$108\pi = \pi R^2 + \pi R\lambda$

$108\pi = \pi R^2 + \pi R \cdot 2R$

$108\pi = \pi R^2 + 2\pi R^2$

$108\pi = 3\pi R^2$

$\frac{108}{3} = \frac{3R^2}{3}$

$R^2 = 36$

$R = \sqrt{36}$

$R = 6\ m$

$\lambda = 12\ m$

$Ε_κ = \pi R\lambda$

$= \pi \cdot 6 \cdot 12$

$= 72\pi$

$\cong 226{,}08\ m^2$

$\text{Κόστος: } 226{,}08 \cdot 15 = €3391{,}20$

$\sigma\upsilon\nu 60° = \frac{ΠΚ}{υ}$

$\frac{1}{2} = \frac{R}{\lambda}$

$2R = \lambda$

$\boxed{\lambda = 2R}$

$\eta\mu 60° = \frac{ΑΚ}{υ}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{υ}{12}$

$2υ = 12\sqrt{3}$

$υ = 6\sqrt{3}\ m$

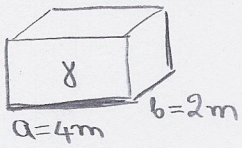
$V = \frac{\pi R^2 υ}{3}$

$= \frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 6\sqrt{3}}{3}$

$= 72\sqrt{3}\pi$

$\cong 391{,}6\ m^3$

13. Ντεπόζιτο σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, κλειστό στο πάνω μέρος, είναι γεμάτο με νερό. Το μήκος του είναι $4\ m$, το πλάτος του $2\ m$ και έχει εμβαδόν ολικής επιφάνειας $148\ m^2$. Αδειάζουμε όλο το νερό σε κυλινδρικά δοχεία, με διάμετρο βάσης $2\ m$ και ύψος $7\ m$. Να βρείτε πόσα κυλινδρικά δοχεία θα γεμίσουμε με το νερό του ντεποζίτου ($\pi \cong \frac{22}{7}$)



$Ε_{ολ} = 2(ab + aγ + bγ)$

$148 = 2(4 \cdot 2 + 4γ + 2γ)$

$148 = 2 \cdot (8 + 6γ)$

$148 = 16 + 12γ$

$148 - 16 = 12γ$

$\frac{132}{12} = \frac{12γ}{12}$

$γ = 11\ m$

$V = a \cdot b \cdot γ$

$= 4 \cdot 2 \cdot 11$

$= 88\ m^3$

$V_{δοχ} = V_{κυλ}$

$= \pi R^2 υ$

$= \pi \cdot 1 \cdot 7$

$= 7\pi$

$\cong 7 \cdot \frac{22}{7}$

$\cong 22\ m^3$

$88 \,|\, \frac{22}{4}$ δοχεία

MATHematics.mousoulides.com

14. Η περίμετρος βάσης συμπαγούς μεταλλικού κώνου είναι ίση με $24\pi\ cm$ και το εμβαδό της ολικής του επιφάνειας ίσο με $300\pi\ cm^2$. Να υπολογίσετε τον όγκο του. Στη συνέχεια λειώνουμε τον κώνο και με το μέταλλο κατασκευάζουμε σφαίρες ακτίνας ίσης με $1\ cm$. Πόσες τέτοιες σφαίρες θα κατασκευάσουμε;

$\Pi_b = 2\pi R$

$24\pi = 2\pi R$

$\frac{2R}{2} = \frac{24}{2}$

$R = 12\ cm$

$E_{ολ} = E_b + E_k$

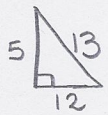
$300\pi = \pi R^2 + \pi R\lambda$

$300 = 12^2 + 12\lambda$

$300 = 144 + 12\lambda$

$\frac{12\lambda}{12} = \frac{156}{12}$

$\lambda = 13\ cm$



Πυθαγόρεια τριάδα

$υ = 5\ cm$

$V = \frac{\pi R^2 υ}{3}$

$= \frac{\pi . 12^2 . 5}{3}$

$= \frac{\pi . 144 . 5}{3}$

$= 240\pi$

$\cong 753,6\ cm^3$

$V_{σφαίρας} = \frac{4\pi R^3}{3}$

$= \frac{4 . \pi . 1^3}{3}$

$= \frac{4\pi}{3}$

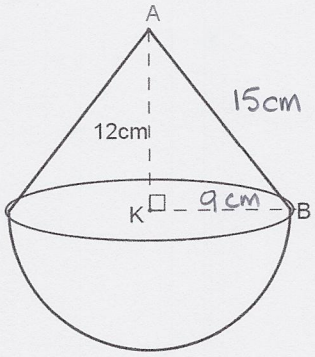
$\cong 4,19\ cm^3$

$753,6 \mid 4,19$

$179,9$

Άρα, μπορούμε να φτιάξουμε 179 σφαίρες

15. Ένα στερεό αποτελείται από μια μισή σφαίρα συνδεδεμένη με ένα κώνο. Ο όγκος του κώνου είναι $324\pi\ cm^3$ και το ύψος του είναι $12\ cm$. Να υπολογίσετε τον όγκο και την ολική επιφάνεια του στερεού.



$V = \frac{\pi R^2 υ}{3}$

$324\pi = \frac{\pi . R^2 . 12^4}{3}$

$\frac{4R^2}{4} = \frac{324}{4}$

$R^2 = 81$

$R = 9\ cm$

$V_{σφ} = \frac{4\pi R^3}{3}$

$= \frac{4 . 9^3}{3}$

$= \frac{4\pi . 729}{3}$

$= 972\pi$

$\cong 3052,08\ cm^3$

$V_{ολ} = \frac{V_{σφ}}{2} + V_{κων}$

$= \frac{972\pi}{2} + 324\pi$

$= 486\pi + 324\pi$

$= 810\pi$

$\cong 2543,4\ cm^3$

$E_{ολ} = \underset{κων}{E_k} + \frac{E_{σφ}}{2}$

$= 135\pi + \frac{324\pi}{2}$

$= 135\pi + 162\pi$

$= 297\pi$

$\cong 932,58\ cm^2$

$\underset{κώνου}{E_k} = \pi R\lambda$

$= \pi . 9 . 15$

$= 135\pi$

$\cong 423,9\ cm^2$

Πυθαγόρεια τριάδα

9, 12, 15

$E_{σφ} = 4\pi R^2$

$= 4\pi 9^2$

$= 324\pi$

$\cong 1017,36\ cm^2$

MATHematics.mousoulides.com

16. Κώνος έχει εμβαδόν κυρτής επιφάνειας ίσο με $80\pi\ cm^2$ και γενέτειρα ίση με $10\ cm$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν ολικής επιφάνειας και τον όγκο κυλίνδρου που έχει ίδιο ύψος με τον κώνο και ακτίνα ίση με $5\ cm$.

$E_K = \pi R \lambda$

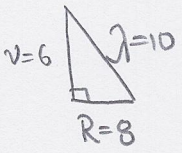
$80\pi = \pi R \cdot 10$

$\frac{10R}{10} = \frac{80}{10}$

$R = 8\ cm$

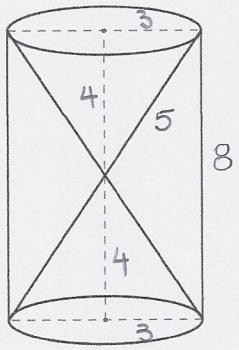
$V_{κυλ} = \pi R^2 \cdot υ$
$= \pi \cdot 5^2 \cdot 6$
$= 150\pi$
$\cong 471\ cm^3$

$E_{ολ} = 2E_β + E_K$
$= 2\pi R^2 + 2\pi R υ$
$= 2\pi \cdot 5^2 + 2\pi \cdot 5 \cdot 6$
$= 50\pi + 60\pi$
$= 110\pi$
$\cong 345,4\ cm^2$



Πυθαγόρεια τριάδα
6, 8, 10

17. Μια γυάλινη κλεψύδρα που αποτελείται από δύο ίσους κώνους με κοινή κορυφή είναι κλεισμένη σε γυάλινο κυλινδρικό δοχείο ίσης βάσης. Ο κώνος στο πάνω μέρος της κλεψύδρας περιέχει άμμο, η οποία ρέει σιγά σιγά στον κώνο που βρίσκεται στο κάτω μέρος της κλεψύδρας. Η ακτίνα της βάσης είναι ίση με $3\ cm$ και το ύψος του κυλίνδρου είναι $8\ cm$.



(α) Να υπολογίσετε τον όγκο του χώρου μεταξύ του κυλινδρικού δοχείου και των δύο κώνων της κλεψύδρας.

(β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του γυαλιού που απαιτείται για την κατασκευή.

$V_{κυλ} = \pi R^2 \cdot υ$
$= \pi \cdot 3^2 \cdot 8$
$= 72\pi$

$V_{κων} = \frac{\pi R^2 υ}{3}$
$= \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 4}{3}$
$= 12\pi$

$V_{ζυν} = V_{κυλ} - 2V_{κων}$
$= 72\pi - 24\pi$
$= 48\pi$
$\cong 150,72\ cm^3$

$E_{ολ}$ κων $= E_β + E_K$
$= \pi R^2 + \pi R \lambda$
$= \pi \cdot 3^2 + \pi \cdot 3 \cdot 5$
$= 24\pi\ cm^2$

E_K κυλ $= 2\pi R \cdot υ$
$= 2\pi 3 \cdot 8$
$= 48\pi\ cm^2$

$E_{ολ} = 2E_{ολ}$ κων $+ E_K$ κυλίνδρου
$= 48\pi + 48\pi$
$= 96\pi\ cm^2$
$\cong 301,44\ cm^2$

MATHematics.mousoulides.com