

# ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ 3

(Θέματα από τελικό γραπτό Ιουνίου 2014, Γυμνασίου Αρχαγγέλου Μιχαήλ)

## ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο, τα σχήματα με μολύβι.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α': Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

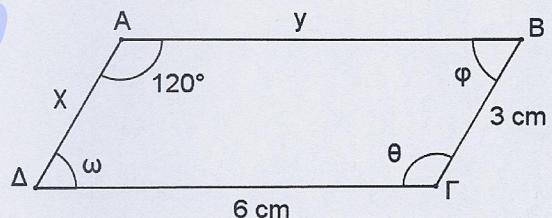
1. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$\alpha) (x^2 - 4x + 3) - (3x - 2) = x^2 - 4x + 3 - 3x + 2 \\ = x^2 - 7x + 5$$

$$\beta) 5x(x^2 - 3y) = 5x^3 - 15xy$$

2. Στο πιο κάτω σχήμα το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο. Να υπολογίσετε τις τιμές των  $x, y, \omega, \varphi$  και  $\theta$ .

$$\begin{cases} x=3 \text{ cm} \\ y=6 \text{ cm} \end{cases} \quad \left( \begin{array}{l} \text{οι απέναντι πλευρές } \# \text{ είναι ίσες} \\ \text{είτες επι ταυτά} \end{array} \right)$$



$$\theta = 120^\circ$$

$$\omega = \varphi = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \quad \left( \begin{array}{l} \text{οι απέναντι χωνίες } \# \\ \text{είναι ίσες} \end{array} \right)$$

3. Οι αριθμοί 26, 25, 30,  $\chi$ , 26 αντιπροσωπεύουν τις θερμοκρασίες που καταγράφηκαν 5 συνεχόμενες μέρες του Απριλίου. Αν η μέση τιμή των παρατηρήσεων αυτών είναι 27, να υπολογίσετε: α) τον αριθμό  $\chi$   
β) i) τη διάμεσο και  
ii) την επικρατούσα τιμή.

$$\bar{x} = \frac{26+25+30+x+26}{5} = 27$$

$$\Leftrightarrow \frac{107+x}{5} = 27$$

$$\Leftrightarrow 107+x = 135$$

$$\Leftrightarrow x = 28$$

$$25, 26, \underline{26}, 28, 30$$

$$X_{\delta} = 26$$

$$X_{\varepsilon} = 26$$

4. Να χαρακτηρίσετε ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις , βάζοντας σε κύκλο τον σωστό χαρακτηρισμό:

α) Οι διαγώνιοι του παραλληλογράμμου διχοτομούνται.	<input checked="" type="radio"/> ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
β) Οι διαγώνιοι του ορθογωνίου διχοτομούν τις γωνίες του.	<input checked="" type="radio"/> ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
γ) Κάθε ρόμβος είναι και τετράγωνο.	<input checked="" type="radio"/> ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
δ) Δύο διαδοχικές γωνίες ενός ρόμβου είναι παραπληρωματικές.	<input checked="" type="radio"/> ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
ε) Οι διαγώνιοι ενός τετραγώνου είναι ίσες και τέμνονται κάθετα.	<input checked="" type="radio"/> ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

5. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

$$\alpha) \sqrt{25} - \sqrt[3]{27} + 2\sqrt{(-4)^2} = 5 - 3 + 2 \cdot (4) = 5 - 3 + 8 = 10$$

$$\beta) \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt{64}} + \sqrt[3]{4\sqrt[3]{8}} = \frac{4}{8} + \sqrt[3]{4 \cdot 2} = \frac{1}{2} + \sqrt[3]{8} = \frac{1}{2} + 2 = 2\frac{1}{2}$$

6. Ένα αυτοκίνητο που κινείται με ταχύτητα  $75 \text{ km/h}$  διανύει μια απόσταση σε 4 ώρες. Να βρείτε σε πόσες ώρες θα διανύσει την ίδια απόσταση αν αυξήσει την ταχύτητά του κατά  $25 \text{ km/h}$ .

Ταχύτητα	Χρόνος
75	4
100	x
ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΩΣ	

$$\begin{aligned} \frac{75}{100} &= \frac{x}{4} \\ \frac{100x}{100} &= \frac{4 \cdot 75}{100} \\ x &= 3 \text{ ώρες} \end{aligned}$$

7. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που έχει την ίδια κλίση με την ευθεία  $y = -3x$  και περνά από το σημείο  $A(-2,4)$ .

$$\begin{aligned}y &= -3x \\y &= -3\end{aligned}$$

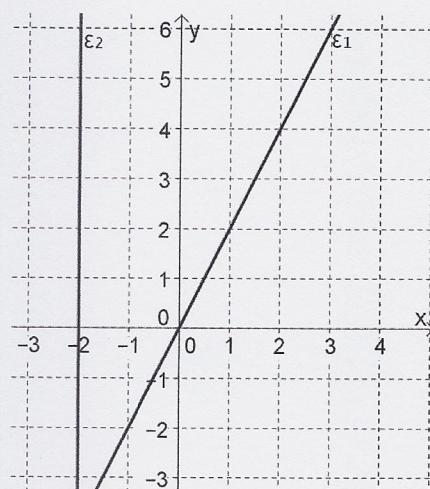
$$\begin{aligned}y &= -3 \Rightarrow a = -3 \\A(2,4) &\quad \left. \begin{array}{l} y = ax + b \\ y = -3x + b \\ 4 = -3(2) + b \\ 4 - 6 = b \\ b = -2 \end{array} \right\} y = -3x - 2\end{aligned}$$

8.

- α) Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$ .

$$\varepsilon_2 : x = -2$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 : \text{διέρχεται} \quad (0,0) \Rightarrow y &= ax \\&\gg (1,2) \quad a = 1 \\&\quad \boxed{a=2} \\&\quad \boxed{y = 2x}\end{aligned}$$



- β) Η ευθεία  $y = (\alpha+1)x - 5$  διέρχεται από το σημείο  $A(2,1)$ . Να υπολογίσετε την τιμή του  $\alpha$  και την κλίση της ευθείας.

$$\begin{aligned}(2,1) \quad y &= (\alpha+1)x - 5 \\1 &= (\alpha+1) \cdot 2 - 5 \\1 &= 2\alpha + 2 - 5 \\1 - 2 + 5 &= 2\alpha \\\frac{4}{2} &= \frac{2\alpha}{2} \\\boxed{\alpha = 2}\end{aligned}$$

9. Στο πιο κάτω σχήμα το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο. Το εμβαδόν του κύκλου είναι  $16\pi \text{ cm}^2$ . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής. (Μπορείτε να δώσετε την απάντησή σας συναρτήσει του  $\pi$ ).

$$E = \pi R^2 = 16\pi$$

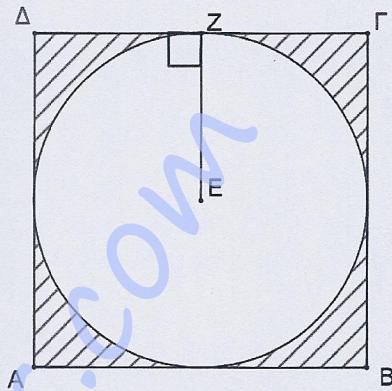
$$\Leftrightarrow R^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow R = \sqrt{16}$$

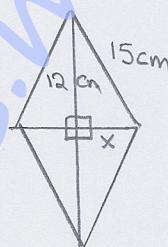
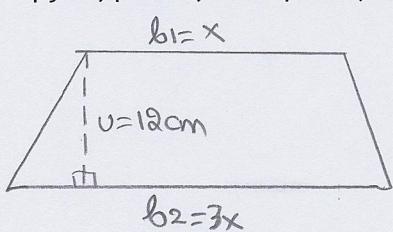
$$\Leftrightarrow R = 4$$

$$R = 4 \Rightarrow \Delta E = 8 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} E_{\text{σκ}} &= E_{\text{ΤΕΤ}} - E_{\text{ΚΥΚ}} \\ &= 8^2 - 16\pi \\ &= (64 - 16\pi) \text{ cm}^2 \\ &\approx 13,76 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



10. Ένα τραπέζιο έχει ύψος 12 cm και η μία του βάση είναι τριπλάσια της άλλης. Το τραπέζιο είναι ισεμβαδικό με ρόμβο ο οποίος έχει περίμετρο 60 cm και μία διαγώνιο 24 cm. Να υπολογίσετε:  
α) την άλλη διαγώνιο του ρόμβου και  
β) τις βάσεις του τραπεζίου.



$$E_{\text{τραπ}} = \frac{(b_1 + b_2) \cdot v}{2} = 216$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x + 3x) \cdot 12}{2} = 216$$

$$\Leftrightarrow 4x \cdot 6 = 216$$

$$\Leftrightarrow \frac{24x}{24} = \frac{216}{24}$$

$$\Leftrightarrow x = 9$$

$$b_1 = 9 \text{ cm}$$

$$b_2 = 27 \text{ cm}$$

**E<sub>τραπ</sub> = E<sub>ρομβου</sub>**

$$\Pi = 4 \cdot a = 60$$

$$\Rightarrow a = \frac{60}{4}$$

$$\Rightarrow a = 15 \text{ cm}$$

$$\text{Π.Θ. } Y^2 = k_1^2 + k_2^2$$

$$15^2 = 12^2 + x^2$$

$$225 - 144 = x^2$$

$$x^2 = 81$$

$$x = \sqrt{81}$$

$$x = 9$$

$$\Rightarrow \boxed{S_2 = 18 \text{ cm}}$$

$$E_{\text{ρομ}} = \frac{\delta_1 \cdot \delta_2}{2}$$

$$= \frac{12 \cdot 18}{2}$$

$$= 216 \text{ cm}^2$$

**ΜΕΡΟΣ Β':** Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

**ΜΕΡΟΣ Β':** Κάθε θέμα βαθμολογείται με **δύο (2) μονάδες**.

- Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων και να τις παραστήσετε γραφικά στην ίδια ευθεία των πραγματικών αριθμών. Να εκφράσετε τις κοινές λύσεις και σε μορφή ανισώσεων και σε μορφή διαστήματος.

$$3x - 2(x - 4) > 4(x - 3) + 5 \quad \text{και}$$

$$\frac{5}{2} - \frac{x-4}{10} \geq \frac{2(x+1)}{5}$$

$$\Leftrightarrow 3x - 2x + 8 > 4x - 12 + 5$$

$$\Leftrightarrow 3x - 2x - 4x > -8 - 12 + 5$$

$$\Leftrightarrow -3x > -15$$

$$\Leftrightarrow \frac{-3x}{-3} < \frac{-15}{-3}$$

$$\Leftrightarrow x < 5$$

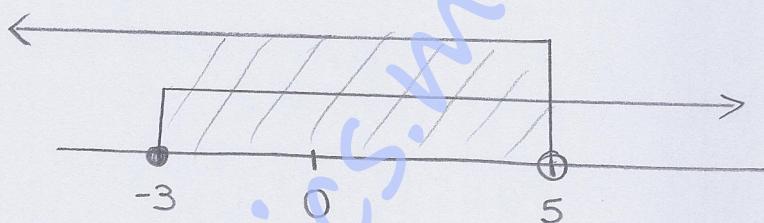
$$\Leftrightarrow 5(5x+12) - 1(x-4) \geq 4(x+1)$$

$$\Leftrightarrow 25x + 60 - x + 4 \geq 4x + 4$$

$$\Leftrightarrow 25x - x - 4x \geq -60 - 4 + 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{20x}{20} \geq \frac{-60}{20}$$

$$\Leftrightarrow x \geq -3$$



Κοινές λύσεις:

$$x \in [-3, 5)$$

$$\therefore -3 \leq x < 5$$

2. Δίνονται τα πολυώνυμα  $p(x) = 2x^2 + 6x - 7$ ,  $q(x) = 3x - 2$  και  $r(x) = x + 5$ . Να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

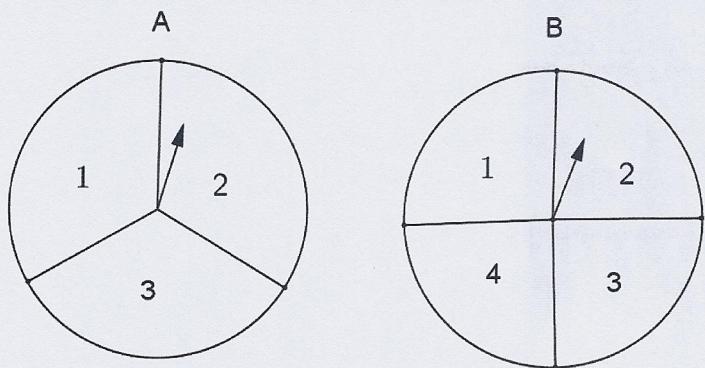
$$\alpha) p(x) - 2q(x) + r(x) = (2x^2 + 6x - 7) - 2(3x - 2) + x + 5 \\ = 2x^2 + 6x - 7 - 6x + 4 + x + 5 \\ = 2x^2 + x + 2$$

$$\beta) q(x) \cdot r(x) - p(x) = (3x - 2)(x + 5) - (2x^2 + 6x - 7) \\ = 3x^2 + 15x - 2x - 10 - 2x^2 - 6x + 7 \\ = x^2 - 7x - 3$$

$$\gamma) p(-2) = 2 \cdot (-2)^2 + 6 \cdot (-2) - 7 \\ = 2 \cdot (+4) + 6 \cdot (-2) - 7 \\ = +8 - 12 - 7 \\ = -11$$

$$\delta) [q(x)]^2 = (3x - 2)^2 \\ = (3x - 2)(3x - 2) \\ = 9x^2 - 6x - 6x + 4 \\ = 9x^2 - 12x + 4$$

3. Σε ένα παιχνίδι γυρίζουμε τον τροχό τύχης A και ακολούθως τον τροχό B.



α) Να καταγράψετε τον δειγματικό χώρο:

$$\Omega = \left\{ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4) \right\}$$

$$n(\Omega) = 3 \cdot 4 = 12$$

Να υπολογίσετε την πιθανότητα των πιο κάτω ενδεχομένων:

β) και στους δύο τροχούς να εμφανιστεί άρτιος αριθμός.  $P(A) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

(2,2) (2,4)

γ) η ένδειξη και στους δύο τροχούς να είναι ίδια.  $P(B) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

(1,1) (2,2) (3,3)

δ) να εμφανιστεί μία τουλάχιστο ένδειξη 2.  $P(\Gamma) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

(1,2) (2,1) (2,2) (2,3) (2,4) (3,2)

ε) το άθροισμα των δύο ενδείξεων να είναι ίσο με 9.  $P(\Delta) = \frac{0}{12} = 0$

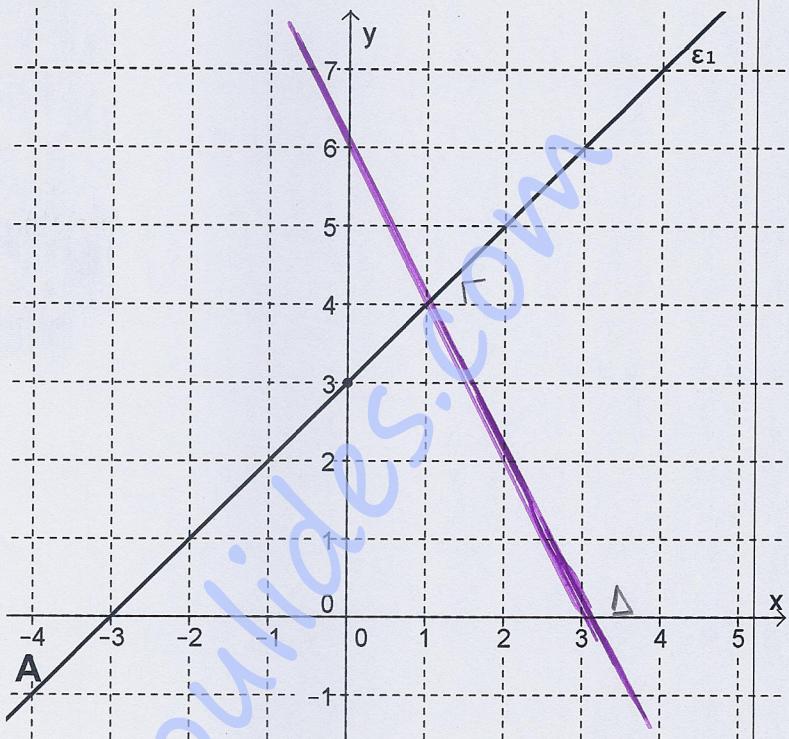
4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της ευθείας  $\varepsilon_1$ . Η  $\varepsilon_1$  τέμνει τον άξονα των  $x$  στο σημείο A.

α) i) Να βρείτε την κλίση της ευθείας  $\varepsilon_1$ .

$$\begin{aligned} (-3, 0) \\ (0, 3) \end{aligned} \quad \begin{aligned} \text{J} = \frac{\psi_2 - \psi_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 0}{0 - (-3)} = \frac{3}{3} = 1 \end{aligned}$$

ii) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $\varepsilon_1$ .

$$\begin{aligned} \text{J} = 1 \Rightarrow a = 1 \\ \text{Σ.Τ. } \psi \mid (0, 3) \Rightarrow b = 3 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \psi = x + 3 \end{array} \right\}$$



β) Δίνεται η ευθεία  $\varepsilon_2$ :  $y + 2x = 6$ .

Να βρείτε τα σημεία τομής της με τους άξονες των  $x$  και  $y$ .

$$\begin{array}{ll} \text{Σ.Τ. } yy' \Rightarrow x = 0 & xx' \Rightarrow \psi = 0 \\ y + 2 \cdot 0 = 6 & 0 + 2x = 6 \\ y = 6 & 2x = 6 \\ (0, 6) & x = 3 \\ & (3, 0) \end{array}$$

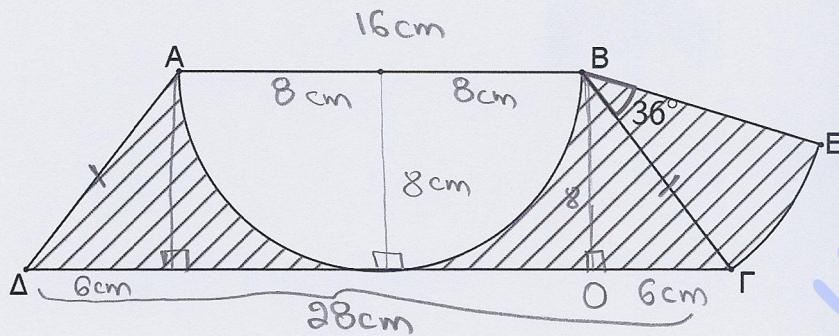
γ) Να παραστήσετε γραφικά την  $\varepsilon_2$  στο ίδιο ορθογώνιο σύστημα αξόνων με την  $\varepsilon_1$  και να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$ .

$$\left. \begin{array}{l} \text{Σ.Τ. } \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{array} \right\} (1, 4)$$

δ) Αν Γ το σημείο τομής των ευθειών  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  και Δ το σημείο τομής της ευθείας  $\varepsilon_2$  με τον άξονα των  $x$  να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΓΑΔ.

$$\begin{aligned} E_{\Delta \Gamma \Delta} &= \frac{b \cdot v}{2} \\ &= \frac{6 \cdot 4}{2} \\ &= 12 \text{ τ.μ.} \end{aligned}$$

5. Στο πιο κάτω σχήμα το  $AB\Gamma\Delta$  είναι ισοσκελές τραπέζιο ( $A\Delta=B\Gamma$ ),  $\widehat{AB}$  ημικύκλιο,  $\widehat{E\Gamma}$  τόξο με κέντρο  $B$  και  $\angle E\hat{B}\Gamma = 36^\circ$ . Αν το μήκος του ημικυκλίου είναι  $8\pi$  cm και η μεγάλη βάση  $\Delta\Gamma=28$  cm, να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής. (Μπορείτε να δώσετε τις απαντήσεις σας συναρτήσει του π).



$$\gamma = \frac{2\pi R}{2} = 8\pi$$

$$R = 8$$

$$R = 8$$

Π.Θ.  $\widehat{O\hat{B}\Gamma}$

Πυθαγόρειο τρίάδα 6,8,10  $\Rightarrow$   $BF = 10$  cm  
 $R = 10$  cm  
 ↓  
 τοκέα

$$\begin{aligned}
 E_{6K} &= E_{trap} + E_{tri} - E_{tri} \\
 &= \frac{(b_1+b_2) \cdot v}{2} + \frac{\pi R^2 \cdot \psi}{360} - \frac{\pi R^2}{2} \\
 &= \frac{(16+28) \cdot 8}{2} + \frac{\pi \cdot 10^2 \cdot 36}{360} - \frac{\pi \cdot 8^2}{2} \\
 &= 176 + 10\pi - 32\pi \\
 &= (176 - 22\pi) \text{ cm}^2 \\
 &\approx 106,92 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$