

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ 2

(Θέματα από τελικό γραπτό Ιουνίου 2014, Γυμνασίου Επισκοπής)

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράφεται μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο, τα σχήματα με μολύβι.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α': Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $3x - 5\psi + 2 + 6\psi - 2x = x + \psi + 2$

β) $(-2x^3\psi^2) \cdot (+3x^2\psi) = -6x^5\psi^3$

2. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α) $\sqrt{25} = 5$

β) $\sqrt[3]{8} = 2$

γ) $\sqrt{\frac{2}{8}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

δ) $\sqrt{50 + 50} = \sqrt{100} = 10$

3. Να βρείτε την κλίση των πιο κάτω ευθειών με εξισώσεις:

α) $\psi = 3x + 1$

β) $\psi = 7$

$\lambda = 3$

$\lambda = 0$

γ) $x = 3$

δ) $4x + \psi = 5 \Rightarrow \psi = -4x + 5$

λ : δεν ορίζεται

$\lambda = -4$

4. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, $\hat{A} = 90^\circ$ με $AB = 6 \text{ cm}$ και $B\Gamma = 10 \text{ cm}$. Να βρείτε τη πλευρά $A\Gamma$.

π.θ. $B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2$

$A\Gamma = 8 \text{ cm}$

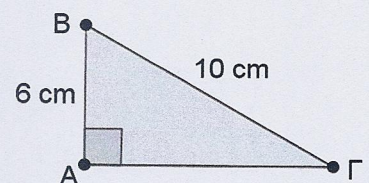
$10^2 = 6^2 + x^2$

$x^2 = 100 - 36$

$x^2 = 64$

$x = \sqrt{64}$

$x = 8$



5. Ένα συνεργείο με 18 εργάτες χρειάζεται 6 ημέρες για να τελειώσει ένα έργο. Πόσοι εργάτες χρειάζονται στο συνεργείο για να τελειώσει το έργο σε 4 ημέρες;

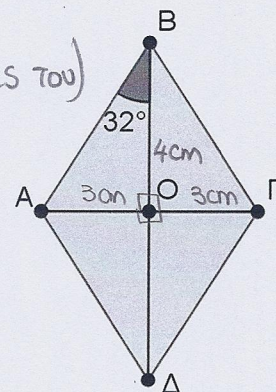
| Αρ. Εργατών | Ημέρες |
|-------------|--------|
| 18 | 6 |
| x | 4 |
| ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟΣ | |

$$\frac{18}{x} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{18 \cdot 6}{4}$$

$$x = 27 \text{ εργάτες}$$

6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ρόμβος $AB\Gamma\Delta$, με $AG = 6 \text{ cm}$, $OB = 4 \text{ cm}$ και $\hat{A}\hat{B}\hat{\Delta} = 32^\circ$. Να υπολογίσετε τα πιο κάτω: (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



α) $\hat{\Delta}\hat{B}\hat{\Gamma} = 32^\circ$ (οι διαγώνιοι του ρόμβου διχοτομούν τις γωνίες του)

β) $\hat{A}\hat{O}\hat{B} = 90^\circ$ (οι διαγώνιοι διχοτομούνται κάθετα)

γ) $\hat{B}\hat{A}\hat{\Delta} = \hat{\Gamma} = 116^\circ$ (οι απειαντι γωνίες είναι ίσες)

δ) Την περίμετρο του ρόμβου

π.θ. $\hat{O}\hat{B}\hat{\Gamma}$

Πυθαγόρεια τριάδα 3, 4, 5 } $B\Gamma = 5 \text{ cm}$

$$\begin{aligned} \Pi &= 4 \cdot \alpha \\ &= 4 \cdot 5 \\ &= 20 \text{ cm} \end{aligned}$$

7. Οι βαθμοί της Μαρίας στα 4 διαγωνίσματα της Φυσικής για το Β' τετράμηνο είναι 19, 11, 16, 18.

α) Να βρείτε τη μέση τιμή και τη διάμεσο των βαθμών των διαγωνισμάτων της.

β) Σήμερα γράφει ακόμα ένα διαγώνισμα. Να εξετάσετε αν μπορεί να ανεβάσει τη μέση τιμή των βαθμών των διαγωνισμάτων της κατά μία μονάδα. (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας).

$$\bar{x} = \frac{19 + 11 + 16 + 18}{4} = \frac{64}{4} = 16$$

$$x_5 = \frac{16 + 18}{2} = \frac{34}{2} = 17$$

Έστω 5^ο διαγώνισμα : x
νέα μέση τιμή : 17

$$\bar{x} = \frac{19 + 11 + 16 + 18 + x}{5} = 17$$

$$\Rightarrow \frac{64 + x}{5} = 17$$

$$\Rightarrow 64 + x = 85$$

$$\Rightarrow x = 85 - 64$$

$$\Rightarrow x = 21$$

Άρα, πρέπει να πάρει 26 που είναι αδύνατο με άριστα το 20

8. Το μήκος τόξου που βαίνει σε γωνία 45° είναι ίσο με 2π cm. Να υπολογίσετε το μήκος του κύκλου. (Η απάντησή σας μπορεί να δοθεί συναρτήσει του π).

| Δεδο | Ζητ |
|--|--------------|
| $\gamma = 2\pi$ cm $\mu = 45^\circ$ | $\Gamma = ?$ |

$$\gamma = \frac{2\pi R \cdot \mu}{360} = 2\pi$$

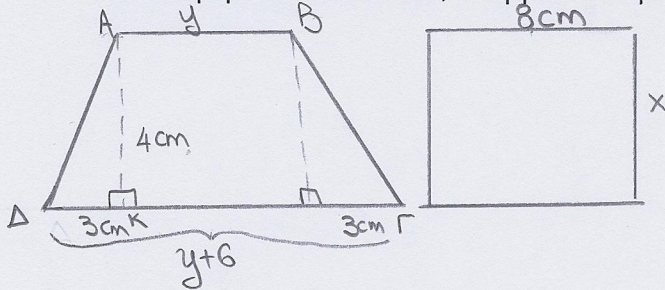
$$\Leftrightarrow \frac{2\pi R \cdot 45^\circ}{360^\circ} = 2\pi$$

$$\Leftrightarrow \frac{R}{8} = 1$$

$$\Leftrightarrow R = 8 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \Gamma &= 2\pi R \\ &= 2\pi \cdot 8 \\ &= 16\pi \text{ cm} \\ &\approx 50,24 \text{ cm} \end{aligned}$$

9. Ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ // ΓΔ) είναι ισοδύναμο με ορθογώνιο. Η περίμετρος του ορθογωνίου είναι 24 cm και το μήκος του 8 cm. Αν το ύψος του ισοσκελούς τραapeζίου είναι 4 cm και οι βάσεις του διαφέρουν κατά 6 cm, να βρείτε το μήκος των ίσων πλευρών του τραapeζίου.



$$\text{Πορθ} = 2(a+b) = 24$$

$$2(x+8) = 24$$

$$2x + 16 = 24$$

$$2x = 24 - 16$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$$

$$x = 4$$

$$\text{Εορθ} = a \cdot b$$

$$= 4 \cdot 8$$

$$= 32 \text{ cm}^2$$

$$\boxed{\text{Εορθ} = \text{Ετραπ.}}$$

$$\text{Ετραπ} = 32 \text{ cm}^2$$

Π.Θ. $\triangle AK$

$$AD^2 = DK^2 + AK^2$$

$$AD^2 = 3^2 + 4^2$$

$$AD^2 = 25$$

$$AD = \sqrt{25}$$

$$AD = 5 \text{ cm}$$

$$\eta \quad E = \frac{(b_1 + b_2) \cdot h}{2} = 32$$

$$\frac{(y + y + 6) \cdot 4}{2} = 32$$

$$2y + 2y + 12 = 32$$

$$\frac{4y}{4} = \frac{20}{4}$$

$$\boxed{y = 5 \text{ cm}}$$

10. Να προσδιορίσετε τις παραμέτρους a και β ώστε η εξίσωση $(a+5)x - 10 = \beta + 2x - 8$ να είναι αόριστη. $\Rightarrow 0x = 0$

$$ax + 5x - 10 = \beta + 2x - 8$$

$$\Leftrightarrow ax + 5x - 2x = \beta - 8 + 10$$

$$\Leftrightarrow ax + 3x = \beta + 2$$

$$\Leftrightarrow (a+3)x = \beta + 2$$

$$\begin{cases} a+3=0 \\ \boxed{a=-3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \beta+2=0 \\ \boxed{\beta=-2} \end{cases}$$

ΜΕΡΟΣ Β': Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Να βρείτε το **διάστημα** στο οποίο συναληθεύουν οι πιο κάτω ανισώσεις και να **παραστήσετε γραφικά** τις κοινές τους λύσεις στην ευθεία των πραγματικών αριθμών:

$$x - 4(3 + 2x) \leq 7 - (x + 1) \quad \text{και} \quad \frac{3(x-1)}{2} - \frac{6}{1} < \frac{x-2}{3} - \frac{x-5}{6}$$

$$\Leftrightarrow x - 12 - 8x \leq 7 - x - 1$$

$$\Leftrightarrow x - 8x + x \leq 7 + 12 - 1$$

$$\Leftrightarrow -6x \leq 18$$

$$\Leftrightarrow \frac{-6x}{-6} \geq \frac{18}{-6}$$

$$\Leftrightarrow x \geq -3$$

$$\Leftrightarrow 9(x-1) - 6 < 2(x-2) - 1(x-5)$$

$$\Leftrightarrow 9x - 9 - 6 < 2x - 4 - x + 5$$

$$\Leftrightarrow 9x - 2x + x < +9 + 6 - 4 + 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{8x}{8} < \frac{16}{8}$$

$$\Leftrightarrow x < 2$$



$$\Delta. \Sigma. \quad x \in [-3, 2)$$

2. Σε ένα παιγνίδι δύο ζάρια, ένα κόκκινο και ένα πράσινο, ρίχνονται διαδοχικά. Για σκορ του παιγνιδιού καταγράφεται το γινόμενο των αποτελεσμάτων των δύο ζαριών. Τέσσερις παίκτες, η Νίκη, ο Χαράλαμπος, ο Κώστας και η Μαρία, αποφασίζουν, ότι η Νίκη θα νικήσει αν το κόκκινο ζάρι φέρει 6, ο Χαράλαμπος αν το σκορ είναι 5 ή 6, ο Κώστας αν το σκορ είναι τουλάχιστον 20 και η Μαρία αν το σκορ είναι περιττός αριθμός.

Να βρείτε την πιθανότητα του κάθε παίκτη να είναι ο νικητής. Ποιος από τους παίκτες έχει την μεγαλύτερη πιθανότητα να κερδίσει το παιγνίδι; (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

$$n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$$

A: να νικήσει η Νίκη $(\kappa_6, \pi_1) (\kappa_6, \pi_2) (\kappa_6, \pi_3) (\kappa_6, \pi_4) (\kappa_6, \pi_5) (\kappa_6, \pi_6)$

$$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

B: να νικήσει ο Χαράλαμπος $\left\{ \begin{array}{l} \text{γινόμενο 5: } (\kappa_1, \pi_5) (\kappa_5, \pi_1) \\ \text{γινόμενο 6: } (\kappa_1, \pi_6) (\kappa_6, \pi_1) (\kappa_3, \pi_2) (\kappa_2, \pi_3) \end{array} \right.$

$$P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Γ: να νικήσει ο Κώστας $\left\{ \begin{array}{l} \text{γινόμενο 20: } (\kappa_4, \pi_5) (\kappa_5, \pi_4) \\ \text{γινόμενο 24: } (\kappa_4, \pi_6) (\kappa_6, \pi_4) \\ \text{γινόμενο 25: } (\kappa_5, \pi_5) \\ \text{γινόμενο 30: } (\kappa_6, \pi_5) (\kappa_5, \pi_6) \\ \text{γινόμενο 36: } (\kappa_6, \pi_6) \end{array} \right.$

$$P(\Gamma) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

Δ: να νικήσει η Μαρία $\left\{ \begin{array}{l} \text{γινόμενο περιττός} \\ (\kappa_1, \pi_1) (\kappa_1, \pi_3) (\kappa_1, \pi_5) \\ (\kappa_3, \pi_1) (\kappa_3, \pi_3) (\kappa_3, \pi_5) \\ (\kappa_5, \pi_1) (\kappa_5, \pi_3) (\kappa_5, \pi_5) \end{array} \right.$

$$P(\Delta) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

Μεγαλύτερη πιθανότητα έχει η Μαρία αφού $\frac{9}{36} > \frac{6}{36}$

3. α) Δίνονται τα πολυώνυμα $\varphi(x) = 2x^2 - 5x - 6$, $\rho(x) = 2x - 1$ και $\sigma(x) = x + 1$.
Να βρείτε:

$$\begin{aligned} \text{ι)} \quad \varphi(x) + \sigma(x) - \rho(x) &= (2x^2 - 5x - 6) + (x + 1) - (2x - 1) \\ &= 2x^2 - 5x - 6 + x + 1 - 2x + 1 \\ &= 2x^2 - 6x - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ιι)} \quad \varphi(x) \cdot \rho(x) &= \rho(x) \cdot \varphi(x) = (2x - 1)(2x^2 - 5x - 6) \\ &= 4x^3 - 10x^2 - 12x - 2x^2 + 5x + 6 \\ &= 4x^3 - 12x^2 - 7x + 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ιιι)} \quad \varphi(-1) - 2\rho(1) &= & \text{Άρα, } \varphi(-1) - 2\rho(1) &= 1 - 2 \cdot 1 \\ \varphi(-1) &= 2 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) - 6 & &= 1 - 2 \\ &= 2 \cdot (+1) - 5 \cdot (-1) - 6 & &= -1 \\ &= +2 + 5 - 6 & & \\ &= 1 & & \end{aligned}$$

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα :

$$\underbrace{(x - 3\psi)^2 - 2(x - 3\psi)(x + 3\psi)}_{\text{Αμ}} + \underbrace{(x + 3\psi)^2}_{\text{Βμ}} = 36\psi^2$$

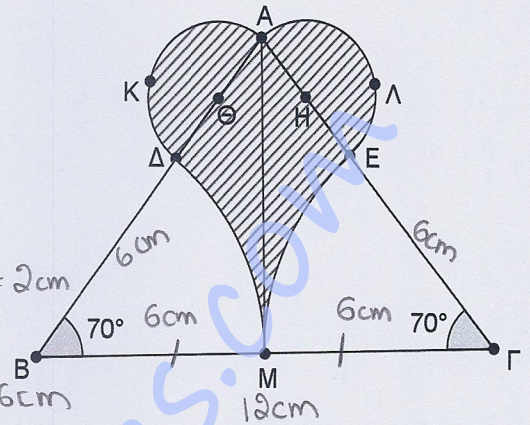
$$\begin{aligned} \text{Αμ} &= (x - 3\psi)(x - 3\psi) - 2(x - 3\psi)(x + 3\psi) + (x + 3\psi)(x + 3\psi) \\ &= x^2 - 3x\psi - 3x\psi + 9\psi^2 - 2(x^2 + 3x\psi - 3x\psi - 9\psi^2) + x^2 + 3x\psi + 3x\psi + 9\psi^2 \\ &= x^2 + 9\psi^2 - 2x^2 + 18\psi^2 + x^2 + 9\psi^2 \\ &= 36\psi^2 \\ &= \text{Βμ} \end{aligned}$$

4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} = \hat{\Gamma} = 70^\circ$, $B\Gamma = 12\text{ cm}$, M μέσο της $B\Gamma$ και $AK\Delta$, $AL\epsilon$ ημικύκλια.

Αν το μήκος του κάθε ημικυκλίου είναι $2\pi\text{ cm}$, να βρείτε το εμβαδόν και τη περίμετρο της σκιασμένης περιοχής.

(Η απάντησή σας μπορεί να δοθεί συναρτήσει του π).

$$\begin{aligned} \chi &= 2\pi \Rightarrow \frac{2\pi R}{2} = 2\pi \\ &\Rightarrow \pi R = 2\pi \\ &\Rightarrow R = 2\text{ cm} \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \text{'Αρα, } \hat{A}\theta = \theta\Delta = \hat{A}H = H\epsilon = 2\text{ cm} \\ \text{και } B\Delta = B\mu = \mu\Gamma = \Gamma\epsilon = 6\text{ cm} \end{array} \right\}$$



'Αρα, $AB = 10\text{ cm}$
 Επειδή $AB\Gamma$ ισοσκελές και AM διάμετρος } AM ύψος $\Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{M}_2 = 90^\circ \Rightarrow \triangle AB\mu$ ορθογώνιο
 π.θ. $\triangle AB\mu$ } $AM = 8\text{ cm}$
 Πυθαγόρεια τριάδα 6, 8, 10

$$\begin{aligned} E_{\sigma\kappa} &= 2 \cdot \left[E_{\text{ορθογώνιου τριγώνου } AB\mu} + E_{\text{ημικυκλίου } \Delta KA} - E_{\text{τομ}} \right] \\ &= 2 \cdot \left[\frac{b \cdot v}{2} + \frac{\pi R^2}{2} - \frac{\pi R^2 \mu}{360} \right] \\ &= 2 \cdot \left[\frac{6 \cdot 8}{2} + \frac{\pi \cdot 2^2}{2} - \frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 70}{360} \right] \\ &= 2 [24 + 2\pi - 7\pi] \\ &= 2 \cdot (24 - 5\pi) \\ &= (48 - 10\pi) \text{ cm}^2 \\ &\approx 16,6 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των ευθειών $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων τομής των ευθειών ϵ_1 και ϵ_2 και των ευθειών ϵ_2 και ϵ_3 .

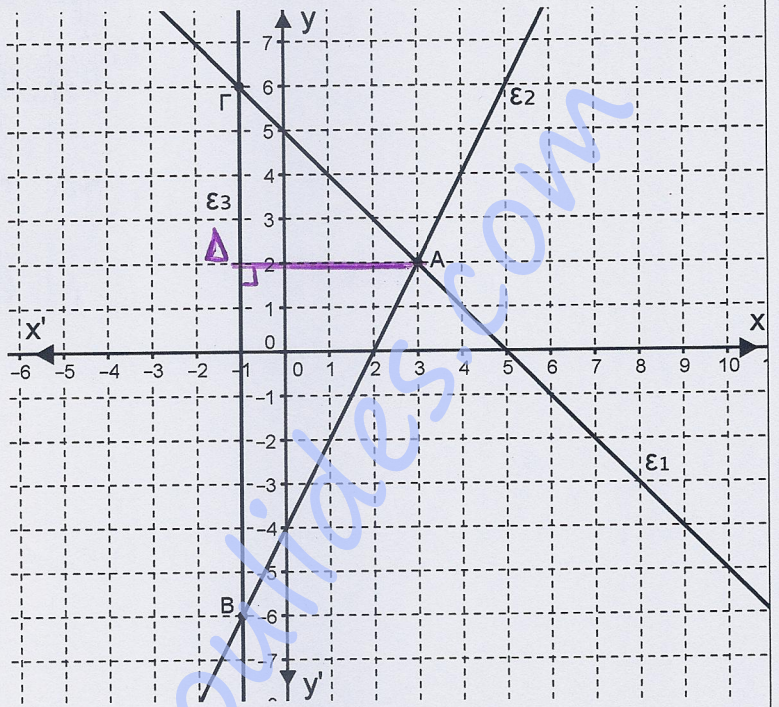
$$\left. \begin{array}{l} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \end{array} \right\} (3, 2)$$

$$\left. \begin{array}{l} \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \end{array} \right\} (-1, -6)$$

β) Να βρείτε τις κλίσεις των ευθειών ϵ_1, ϵ_2 .

$$\epsilon_1: \begin{pmatrix} 0, 5 \\ 5, 0 \end{pmatrix} \quad \lambda = \frac{\psi_2 - \psi_1}{\chi_2 - \chi_1} = \frac{5 - 0}{0 - 5} = \frac{5}{-5} = -1$$

$$\epsilon_2: \begin{pmatrix} 0, -4 \\ 2, 0 \end{pmatrix} \quad \lambda = \frac{\psi_2 - \psi_1}{\chi_2 - \chi_1} = \frac{-4 - 0}{0 - 2} = \frac{-4}{-2} = 2$$



γ) Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών ϵ_1 και ϵ_3 .

$$\left. \begin{array}{l} \epsilon_1: \text{Σ.Τ. } \psi\psi' (0, 5) \Rightarrow b = 5 \\ \lambda = -1 \Rightarrow a = -1 \end{array} \right\} \psi = -1x + 5$$

$$\left. \begin{array}{l} \epsilon_2: \text{Σ.Τ. } \psi\psi' (0, -4) \Rightarrow b = -4 \\ \lambda = 2 \Rightarrow a = 2 \end{array} \right\} \psi = 2x - 4$$

$$\epsilon_3: x = -1$$

δ) Να φέρετε το ύψος AD του τριγώνου $AB\Gamma$. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία A, Δ και το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

$$\left. \begin{array}{l} A(3, 2) \\ \Delta(-1, 2) \end{array} \right\} AD: \psi = 2$$

$$\begin{aligned} E_{AB\Gamma} &= \frac{b \cdot \upsilon}{2} \\ &= \frac{2 \cdot 4^2}{2} \\ &= 24 \text{ τ.μ} \end{aligned}$$

ε) Αν η ευθεία ϵ_1 περνά από το σημείο $(\kappa - 3, \kappa + 2)$ να βρείτε την τιμή του κ .

$$\epsilon_1: \psi = -x + 5$$

$$\kappa + 2 = -(\kappa - 3) + 5$$

$$\kappa + 2 = -\kappa + 3 + 5$$

$$\kappa + \kappa = -2 + 3 + 5$$

$$\frac{2\kappa}{2} = \frac{6}{2}$$

$$\kappa = 3$$

$$(0, 5)$$