

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ 3

(Θέματα από τελικό γραπτό Ιουνίου 2014, Γυμνασίου Επισκοπής)

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο, τα σχήματα με μολύβι.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διωρθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α': Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Να κάνετε τις πράξεις :

α) $(-7) \cdot (+4) = -28$

β) $(-30) : (-5) = +6$

γ) $(-8) + (-5) = -13$

δ) $-7 + (-2) = -5$

2. Να βάλετε στο τετραγωνάκι το κατάλληλο ψηφίο ώστε:

α) Ο αριθμός $43\boxed{2}$ να διαιρείται ακριβώς με το 3.

β) Ο αριθμός $823\boxed{2}$ να διαιρείται ακριβώς με το 4 .

γ) Ο αριθμός $6\boxed{8}8\boxed{5}$ να διαιρείται ακριβώς με το 5 και το 9 αλλά όχι με το 2.

δ) Ο αριθμός $284\boxed{0}\boxed{0}$ να διαιρείται ακριβώς με το 25 και το 10.

3. α) Να μετατρέψετε τον αριθμό 85 του δεκαδικού συστήματος στο δυαδικό σύστημα αρίθμησης.

	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
	64	32	16	8	4	2	1
	1	0	1	0	1	0	1

$$\begin{aligned} 85 &= 64 + 21 \\ &= 64 + 16 + 5 \\ &= 64 + 16 + 4 + 1 \\ &= 1010101_2 \end{aligned}$$

β) Να μετατρέψετε τον αριθμό 10101 του δυαδικού συστήματος στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης.

	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
	1	0	1	0	0	1

$$\begin{aligned} 10101_2 &= 2^4 + 2^2 + 2^0 \\ &= 16 + 4 + 1 \\ &= 21 \end{aligned}$$

4. Με βάση το διπλανό βεννειο διάγραμμα να βρείτε τα πιο κάτω:

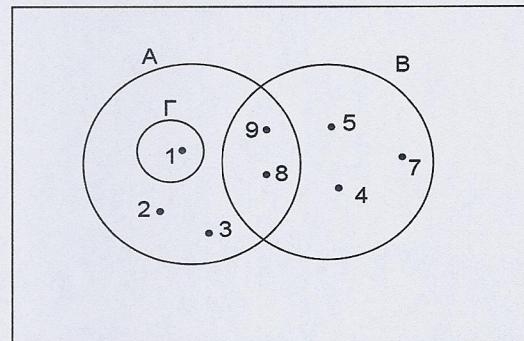
$$A = \{1, 2, 3, 8, 9\}$$

$$A \cap B = \{9, 8\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 8, 9, 4, 5, 7\}$$

$$n(B \cap \Gamma) = 0$$

$$B \cap \Gamma = \{\}$$



5. Να βρείτε το Μ.Κ.Δ και το Ε.Κ.Π των αριθμών 36, 120 και 270 αφού πρώτα τους αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

36	2	120	2	270	2
18	2	60	2	135	3
9	3	30	2	45	3
3	3	15	3	15	3
1		5	5	5	5
		1		1	

$$\text{Μ.Κ.Δ} (36, 120, 270) = 2^1 \cdot 3^1 \\ = 2 \cdot 3 \\ = 6$$

$$\text{Ε.Κ.Π} [36, 120, 270] = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 \\ = 8 \cdot 27 \cdot 5 \\ = 27 \cdot 40 \\ = 1080$$

$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$270 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5$$

6. Ένας πατέρας κρατούσε €120. Έδωσε το 25% των χρημάτων του για φάρμακα και τα υπόλοιπα τα μοίρασε στα δύο του παιδιά ανάλογα με τις ηλικίες τους που είναι 6 και 9 χρόνων. Πόσα χρήματα πήρε το κάθε παιδί;

$$\text{Έδωσε } 25\% \text{ του } 120 \\ \frac{5}{20} \cdot 25 \cdot 120 = 30 \\ 1,2 \cancel{\times} 100$$

$$\text{Έμειναν } 120 - 30 = 90$$

$$A + B = 90$$

$$\left. \begin{array}{l} A = \frac{B}{9} = \frac{A+B}{6+9} = \frac{90}{15} = \frac{6}{1} \\ \frac{A}{6} = \frac{6}{1} \\ A = 36 \end{array} \right| \quad \left. \begin{array}{l} \frac{B}{9} = \frac{6}{1} \\ B = 54 \end{array} \right|$$

7. Σε ένα θέατρο το κανονικό εισιτήριο κοστίζει €10 περισσότερα από το μαθητικό εισιτήριο. Να βρείτε την τιμή του κάθε εισιτηρίου, αν 4 κανονικά εισιτήρια και 2 μαθητικά κοστίζουν συνολικά €130. (Να λυθεί με εξίσωση)

$$\begin{array}{ll} \text{Κανονικό: } x+10 & \xrightarrow[4]{\text{εισιτηρία}} 4 \cdot (x+10) = 4x+40 \\ \text{Μαθητικό: } x & \xrightarrow[2]{\text{εισιτηρία}} 2x \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} 4x+40 = 4x+40 \\ 130 \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned} 4x+40+2x &= 130 \\ \Leftrightarrow 4x+2x &= 130-40 \\ \Leftrightarrow \frac{6x}{6} &= \frac{90}{6} \\ \Leftrightarrow x &= 15 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} \text{Κανονικό: } €25 \\ \text{Μαθητικό: } €15 \end{array}$$

8. Σε ένα κουτί υπάρχουν 10 μπάλες αριθμημένες με τους αριθμούς 1 μέχρι 10. Επιλέγουμε στην τύχη μια μπάλα. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

$$\gamma(\textcircled{2}) = 10$$

A : Ο αριθμός στην μπάλα να είναι πολλαπλάσιο του 4. $P(A) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$
4,8

B: Ο αριθμός στην μπάλα να είναι πρώτος. $P(B) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$
2,3,5,7

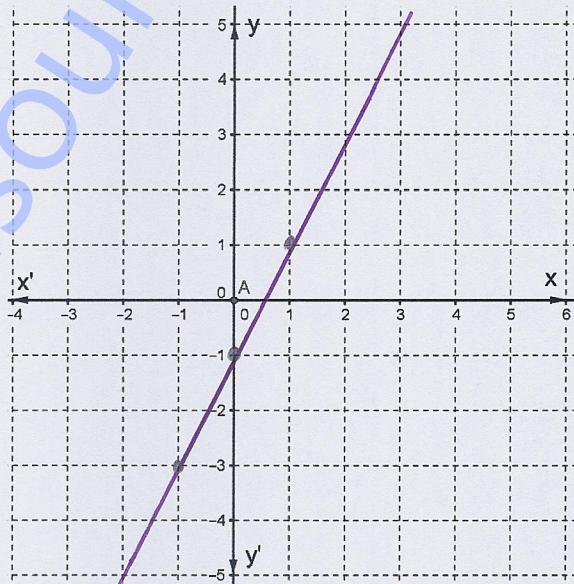
C: Ο αριθμός στην μπάλα να είναι μονοψήφιος. $P(C) = \frac{9}{10}$
1,2,3,4,5,6,7,8,9

D: Ο αριθμός στην μπάλα να είναι διαιρέτης του 24. $P(D) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$
2,3,4,6,8

9. Να παρασταθεί γραφικά η συνάρτηση $y = 2x - 1$, συμπληρώνοντας τον πιο κάτω πίνακα τιμών.

x	-1	0	1
y	-3	-1	1

$$\begin{array}{l} \boxed{x=-1} \\ y=2x-1 \\ y=2.(-1)-1 \\ y=-2-1 \\ y=-3 \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} \boxed{x=0} \\ y=2x-1 \\ y=2.0-1 \\ y=0-1 \\ y=-1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \boxed{x=1} \\ y=2x-1 \\ y=2.1-1 \\ y=2-1 \\ y=1 \end{array} \right.$$



10. Στο πιο κάτω σχήμα το K είναι το κέντρο του κύκλου, $\Gamma\Delta \parallel EZ$ και $\overset{\wedge}{KEZ} = 50^\circ$.

a) Να συμπληρώσετε τον πίνακα βάζοντας ✓ στην κατάλληλη θέση.

b) Να βρείτε το μέτρο του τόξου EZΔ δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

Ευθύγραμμο τμήμα	Ακτίνα	Διάμετρος	Χορδή
ΓΔ		✓	✓
ΚΕ	✓		
EZ			✓
KZ	✓		
Eh		✓	✓

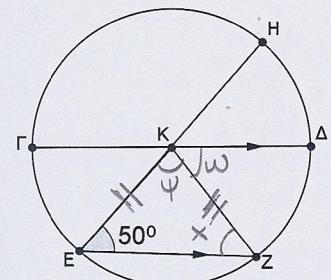
$$x = 50^\circ \text{ (ΚΕΖ } 150^\circ \text{ κελ'ες)}$$

$$\psi = 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = 80^\circ \text{ (α.γ.τ.)}$$

$$\omega = x = 50^\circ \text{ (εγρός εισαγκάδ)}$$

$$\hat{\angle} K\Delta = 80^\circ + 50^\circ = 130^\circ$$

$$\widehat{EZ\Delta} = 130^\circ$$



ΜΕΡΟΣ Β': Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Ένα ταξιδιωτικό γραφείο έκανε μια έρευνα για τον προορισμό που προτιμούν οι πελάτες του για διακοπές. Αφού κατέγραψε την προτίμηση του καθενός από τους 1080 πελάτες του, παρουσίασε το πιο κάτω κυκλικό διάγραμμα με τις προτιμήσεις τους.

- α) Να βρείτε ποιος είναι ο πληθυσμός και ποια η μεταβλητή και το είδος της στην έρευνα αυτή.
Τηγνθευόντως οι περάτες του χρονίου

Μεταβλητή: ο προορισμός που προτιμούν

Ποιοτική

- β) Να βρείτε την τιμή του x .

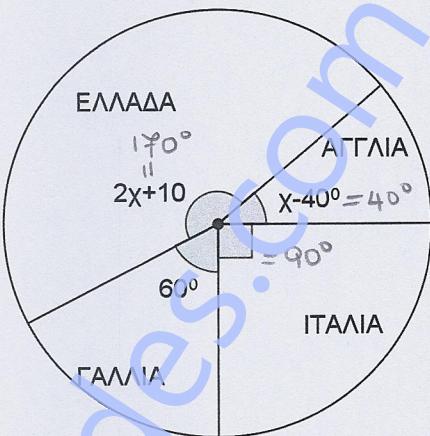
$$2x + 10 + x - 40 + 90 + 60 = 360^\circ$$

$$2x + x = 360 - 10 + 40 - 90 - 60$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{240}{3}$$

$$x = 80^\circ$$

(πήρε)



- γ) Να κατασκευάσετε τον αντίστοιχο πίνακα συχνοτήτων.

Χώρα	Μοίρες	Αριθμός πελατών
ΕΛΛΑΣ	170°	$\frac{170}{360} \cdot 1080 = 510$
ΓΑΛΛΙΑ	60°	$\frac{60}{360} \cdot 1080 = 180$
ΙΤΑΛΙΑ	90°	$\frac{90}{360} \cdot 1080 = 270$
ΑΓΓΛΙΑ	40°	$\frac{40}{360} \cdot 1080 = 120$
		1080

- δ) Να βρείτε το ποσοστό των πελατών που προτιμούν την Ιταλία για διακοπές.

$$\frac{90}{360} = \frac{x}{100} \Leftrightarrow \frac{4x}{4} = \frac{100}{4} \Leftrightarrow x = 25\%$$

- ε) Αν επιλέξου τυχαία ένα πελάτη από τους πιο πάνω, ποια είναι η πιθανότητα αυτός να μην προτιμά την Ελλάδα για διακοπές.

$$\left. \begin{array}{ll} \text{ΓΑΛΛΙΑ} & 180 \\ \text{ΙΤΑΛΙΑ} & 270 \\ \text{ΑΓΓΛΙΑ} & 120 \end{array} \right\} 570$$

$$P(A) = \frac{570}{1080} = \frac{57}{108} = \frac{19}{36}$$

2. Av $a = 24 - 5 \cdot (-2)^2 - 3^2 \cdot (8-9)^{18} - \left(\frac{1}{3} + 5^4 - \frac{1}{2}\right)^0$ και β είναι η λύση της εξίσωσης $\frac{\beta-1}{\beta} = \frac{3}{2}$, να δείξετε ότι:

$$\frac{-5^2 \cdot \beta + a : (-3) + 2(a-\beta)}{a\beta - 1} = 4$$

$$\begin{aligned}
 a &= 24 - 5 \cdot (-2)^2 - 3^2 \cdot (8-9)^{18} - \left(\frac{1}{3} + 5^4 - \frac{1}{2}\right)^0 \\
 &= 24 - (5 \cdot (+4)) - (9 \cdot (+1)) - (+1) \\
 &= 24 - (+20) - (+9) - (+1) \\
 &= 24 - 20 - 9 - 1 \\
 &= -6
 \end{aligned}
 \quad \left. \begin{array}{l} \frac{\beta-1}{\beta} = \frac{3}{2} \\ \Leftrightarrow 2(\beta-1) = 3\beta \\ \Leftrightarrow 2\beta - 2 = 3\beta \\ \Leftrightarrow 2\beta - 3\beta = +2 \\ \Leftrightarrow \frac{-1\beta}{-1} = \frac{+2}{-1} \\ \Leftrightarrow \beta = -2 \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{-5^2 \cdot \beta + a : (-3) + 2(a-\beta)}{a\beta - 1} &= \frac{-5^2 \cdot (-2) + (-6) : (-3) + 2[-6] - (+2)}{(-6) \cdot (-2) - 1} \\
 &= \frac{-5^2 \cdot (-2) + (-6) : (-3) + 2 \cdot (-4)}{+12 - 1} \\
 &= \frac{-25 \cdot (-2) + (-6) : (-3) + 2 \cdot (-4)}{+11} \\
 &= \frac{+50 + 2 - 8}{+11} \\
 &= \frac{+44}{+11} \\
 &= +4
 \end{aligned}$$

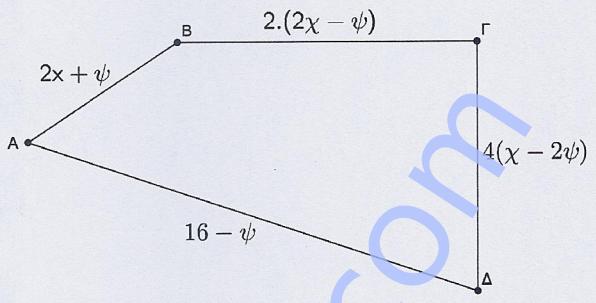
3.

α) Να βρείτε μια αλγεβρική παράσταση που να εκφράζει την περίμετρο του διπλανού τετραπλεύρου $AB\Gamma A$ και να την γράψετε στην πιο απλή της μορφή.

β) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τετραπλεύρου στις πιο κάτω περιπτώσεις:

i) αν $\chi - \psi = \frac{3}{2}$.

ii) αν $\chi = 1$ και $\psi = -\frac{1}{5}$



$$\begin{aligned} P &= AB + BC + CD + DA \\ &= 2x + \psi + 2(2x - \psi) + 4(\chi - 2\psi) + 16 - \psi \\ &= 2x + \cancel{\psi} + 4x - \cancel{2\psi} + 4\chi - \cancel{8\psi} + 16 - \cancel{\psi} \\ &= 10x - 10\psi + 16 \end{aligned}$$

Αν $x - \psi = \frac{3}{2}$

$$\begin{aligned} P &= 10x - 10\psi + 16 \\ &= 10 \cdot (x - \psi) + 16 \\ &= \frac{5}{1} \cdot \frac{3}{2} + 16 \\ &= 15 + 16 \\ &= 31 \end{aligned}$$

Αν $x = 1$ $\psi = -\frac{1}{5}$

$$\begin{aligned} P &= 10x - 10\psi + 16 \\ &= 10 \cdot 1 - 10 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) + 16 \\ &= 10 + \frac{10}{5} + 16 \\ &= 10 + 2 + 16 \\ &= 28 \end{aligned}$$

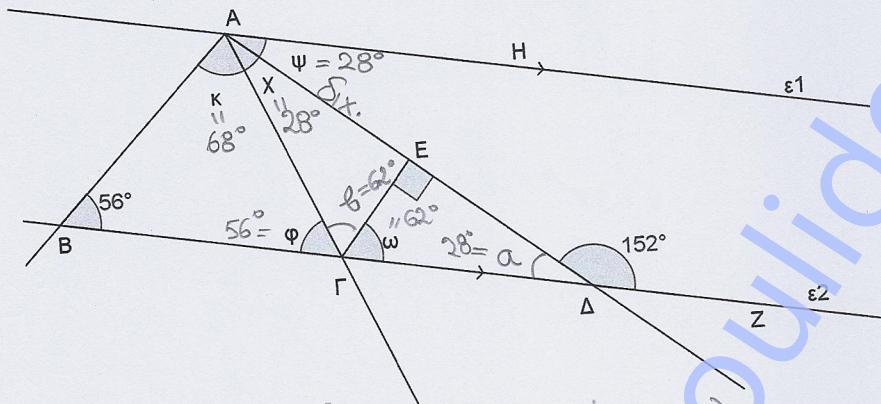
4. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται οι ευθείες ε_1 και ε_2 με $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$. Η ΑΔ είναι διχοτόμος της $H\hat{A}G$, $Z\hat{D}\hat{E} = 152^\circ$ και $A\hat{B}\Gamma = 56^\circ$.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\chi, \psi, \omega, \varphi, \kappa$. (8 μον.)

β) Να βρείτε το είδος των τριγώνου $AB\Gamma$ και $AG\Delta$ ως προς τις γωνιές και ως προς τις τιλευρές τους. (1 μον.)

γ) Να βρείτε τι στοιχείο είναι το ευθύγραμμο τμήμα GE για το τρίγωνο $AG\Delta$. (1 μον.)

Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας.



$$\psi = 180^\circ - 152^\circ = 28^\circ \quad (\text{εις επιτανία } - 152)$$

$$x = \psi = 28^\circ \quad (\text{ΑΔ διχοτόμος})$$

$$\varphi = x + \psi = 28^\circ + 28^\circ = 56^\circ \quad (\text{εις επικήρι})$$

$$\kappa = 180^\circ - 56^\circ - 56^\circ = 68^\circ \quad (\text{α.γ.τ})$$

$$\alpha = 180^\circ - 152^\circ = 28^\circ \quad (\text{ευθία})$$

$$\omega = 180^\circ - 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ \quad (\text{α.γ.τ})$$

$$\beta = 180^\circ - 56^\circ - 62^\circ = 62^\circ \quad (\text{ευθία})$$

$\triangle AB\Gamma$:

$$\begin{aligned} \hat{A} &= 68^\circ \\ \hat{B} &= 56^\circ \\ \hat{\Gamma} &= 56^\circ \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{οξυγώνιο} \\ \text{ισοσκελές} \end{array} \right.$$

$\triangle AG\Delta$:

$$\begin{aligned} \hat{A} &= 28^\circ \\ \hat{D} &= 28^\circ \\ \hat{G} &= 124^\circ \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{αρβυγώνιο} \\ + \\ \text{ισοσκελές} \end{array} \right.$$

ΑΓΔ ισοσκελές. Άρα, GE ύφος διάμεσος και διχοτόμος

5. Τρία αυτοκίνητα αγώνων ταχύτητας κάνουν γύρους σε μια πίστα. Το αυτοκίνητο Α κάνει το $\frac{1}{3}$ του γύρου σε 20 δευτερόλεπτα, το αυτοκίνητο Β κάνει το $\frac{1}{5}$ του γύρου σε 15 δευτερόλεπτα και το αυτοκίνητο Γ κάνει το $\frac{1}{2}$ του γύρου σε 40 δευτερόλεπτα. Αν ξεκινήσουν συγχρόνως από την αφετηρία, να βρείτε:

- α) Σε πόσα λεπτά θα συναντηθούν για πρώτη φορά στην αφετηρία και τα τρία αυτοκίνητα μαζί και πόσους γύρους θα κάνει το καθένα μέχρι τότε.
- β) Ποιος είναι ο μικρότερος χρόνος που πρέπει να περάσει ώστε δύο οποιαδήποτε αυτοκίνητα να συναντηθούν για πρώτη φορά στην αφετηρία.

$$A: \frac{1}{3} \rightarrow 20\delta \Rightarrow \text{ορόκηρος χύρος} \rightarrow 60\delta.$$

$$B: \frac{1}{5} \rightarrow 15\delta \Rightarrow \gg \rightarrow 75\delta$$

$$G: \frac{1}{2} \rightarrow 40\delta \Rightarrow \gg \rightarrow 80\delta.$$

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ \hline 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ \hline 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 80 & 2 \\ 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ \hline 1 & \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} A: 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \\ B: 75 = 3 \cdot 5^2 \\ G: 80 = 2^4 \cdot 5 \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned} EKΠ &= 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2 \\ &= 16 \cdot 3 \cdot 25 \\ &\equiv 1200 \end{aligned}$$

Θα συναντηθούν σε 1200 δευτ. δηλαδή σε 20 λεπτά.

$$A: 1200 | 60$$

$$B: 1200 | 75$$

$$G: 1200 | \frac{80}{15}$$

Εξετάζω δυο-δυο τα αυτοκίνητα:

(Α,Β)

$$\begin{aligned} EKΠ &= 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \\ &= 4 \cdot 3 \cdot 25 \\ &= 300 \end{aligned}$$

(Α,Γ)

$$\begin{aligned} EKΠ &= 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \\ &= 16 \cdot 3 \cdot 5 \\ &= 240 \end{aligned}$$

(Β,Γ)

$$\begin{aligned} EKΠ &= 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2 \\ &= 16 \cdot 3 \cdot 25 \\ &= 1200 \end{aligned}$$

Άρα, το Α και Γ θα συναντηθούν σε 240 δευτερόλεπτα.