

ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

Ενδεικτικές Επαναληπτικές Δραστηριότητες 1

1. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

- (α) Το σημείο (0,0) ανήκει στην ευθεία $2x - 3y = 6$. ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
- (β) Η ευθεία $x = 4$ είναι παράλληλη προς τον άξονα xx' . ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
- (γ) Το γράφημα $G = \{(-2,3), (0,1), (1,1), (3,0), (4,1), (5,-1)\}$ ορίζει συνάρτηση. ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
- (δ) Η ευθεία $y = -5 + 5x$ τέμνει τον άξονα των y (ψψ') στο σημείο (0,5). ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
- (ε) Η ευθεία $y = -3x$ περνά από την αρχή των αξόνων. ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

2. Να εξετάσετε ποια από τα σημεία $A(0,0), B(-1,3), \Gamma(2,-6)$ ανήκουν στην ευθεία $y - 3x = 0$.

$\begin{aligned} (0,0) \quad y-3x &= 0 \\ 0-3 \cdot 0 &= 0 \\ 0 &= 0 \\ \text{Άρα, ανήκει} \end{aligned}$	$\begin{aligned} (-1,3) \quad y-3x &= 0 \\ 3-3(-1) &= 0 \\ 3+3 &= 0 \\ 6 &= 0 \\ \text{Άρα, δεν ανήκει} \end{aligned}$	$\begin{aligned} (2,-6) \quad y-3x &= 0 \\ -6-3 \cdot 2 &= 0 \\ -6-6 &= 0 \\ -12 &= 0 \\ \text{Άρα, δεν ανήκει} \end{aligned}$
---	--	--

3. Δίνεται η ευθεία $y = 4x + 8$. Χωρίς να κάνετε τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- (α) Τις συντεταγμένες του σημείου τομής της με τον άξονα yy' .
- (β) Τις συντεταγμένες του σημείου τομής της με τον άξονα xx' .

$\begin{aligned} yy' \Rightarrow \quad y &= 4x + 8 \\ x=0 \quad y &= 4 \cdot 0 + 8 \\ y &= 0 + 8 \\ y &= 8 \end{aligned}$	$\begin{aligned} xx' \Rightarrow \quad y &= 4x + 8 \\ y=0 \quad 0 &= 4x + 8 \\ 4x &= -8 \\ x &= -2 \end{aligned}$
---	---

} (-2, 0)

4. Να βρείτε την κλίση των πιο κάτω ευθειών:

(α) $y = 3x$
 $\lambda = 3$

(β) $y = 2 + 3x$
 $\lambda = 3$

(γ) $y + 2x = 3 \Leftrightarrow y = 3 - 2x$
 $\lambda = -2$

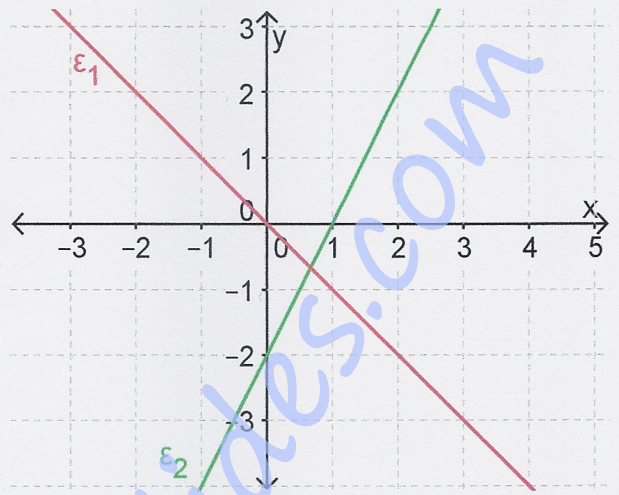
(δ) $y = -1$
 $\lambda = 0$

(ε) $x = 7$
 $\lambda = \text{δεν ορίζεται}$

(στ) $2x + 3y = 9$
 $\Leftrightarrow \frac{3y}{3} = \frac{-2x+9}{3}$
 $\Leftrightarrow y = -\frac{2}{3}x + 3$
 $\lambda = -\frac{2}{3}$

5. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που παριστάνει η κάθε γραφική παράσταση.

$$\begin{aligned} \epsilon_1: & \text{Περνά } (0,0) \Rightarrow y=ax \\ & \text{Περνά } (-1,1) \Rightarrow 1=a \cdot (-1) \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \epsilon_1: & \text{Περνά } (0,0) \Rightarrow y=ax \\ & \text{Περνά } (-1,1) \Rightarrow 1=a \cdot (-1) \end{aligned}} \right\} \begin{aligned} & y=-1x \\ & 1=-a \\ & \boxed{a=-1} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \epsilon_2: & \text{Πέρνει } (0,-2) \Rightarrow \boxed{b=-2} \\ & \text{Περνά } (1,0) \Rightarrow \begin{aligned} \psi &= ax+b \\ \psi &= ax-2 \\ 0 &= a \cdot 1 - 2 \end{aligned} \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \epsilon_2: & \text{Πέρνει } (0,-2) \Rightarrow \boxed{b=-2} \\ & \text{Περνά } (1,0) \Rightarrow \begin{aligned} \psi &= ax+b \\ \psi &= ax-2 \\ 0 &= a \cdot 1 - 2 \end{aligned} \end{aligned}} \right\} \begin{aligned} & \psi=2x-2 \\ & \boxed{2=a} \end{aligned}$$

6. Δίνεται η ευθεία $\epsilon_1: y = 3 - 2x$. Να βρείτε:
 (α) Ένα σημείο της. $(0,3)$
 (β) Μια ευθεία που να έχει την ίδια κλίση με την ϵ_1 .

$$\begin{aligned} \epsilon_1: & y=3-2x \\ & \boxed{\lambda_1=-2} \Rightarrow \lambda_2=-2 \Rightarrow a=-2 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \epsilon_1: & y=3-2x \\ & \boxed{\lambda_1=-2} \Rightarrow \lambda_2=-2 \Rightarrow a=-2 \end{aligned}} \right\} y=-2x+10000$$

7. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που περνά από την αρχή των αξόνων και έχει κλίση -3 .

$$\begin{aligned} \text{Περνά } (0,0) & \Rightarrow \psi=ax \\ \lambda &=-3 \Rightarrow a=-3 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \text{Περνά } (0,0) & \Rightarrow \psi=ax \\ \lambda &=-3 \Rightarrow a=-3 \end{aligned}} \right\} \boxed{\psi=-3x}$$

8. Αν οι ευθείες $6x - 2y = 7$ και $y = (5 - 2\beta)x + 1$ έχουν την ίδια κλίση, να βρείτε την τιμή του β .

$$\begin{aligned} \epsilon_1: & 6x-2y=7 \\ \Leftrightarrow \frac{6x-7}{2} &= \frac{2y}{2} \\ \Leftrightarrow y &= 3x - \frac{7}{2} \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \epsilon_1: & 6x-2y=7 \\ \Leftrightarrow \frac{6x-7}{2} &= \frac{2y}{2} \\ \Leftrightarrow y &= 3x - \frac{7}{2} \end{aligned}} \right\} \lambda_1=3$$

$$\begin{aligned} \epsilon_2: & y=(5-2\beta)x+1 \\ \lambda_2 &= 5-2\beta \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \epsilon_2: & y=(5-2\beta)x+1 \\ \lambda_2 &= 5-2\beta \end{aligned}} \right\} \begin{aligned} \lambda_1 &= \lambda_2 \\ 3 &= 5-2\beta \\ 2\beta &= 5-3 \\ \frac{2\beta}{2} &= \frac{2}{2} \\ \boxed{b=1} \end{aligned}$$

9. Δίνεται η ευθεία $\epsilon_1 : 2x + 4y = 4$. Να βρείτε:

α) Την κλίση της ϵ_1 .

$$\Leftrightarrow \frac{4y}{4} = \frac{-2x+4}{4} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \boxed{\lambda_1 = -\frac{1}{2}}$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x + 1$$

β) Τα σημεία τομής της ϵ_1 με τους άξονες.

$$yy' \Rightarrow (0, 1)$$

$$xx' \Rightarrow y=0$$

$$\begin{array}{l} 0 = -\frac{1}{2}x + 1 \\ 0 = -x + 2 \\ \boxed{x=2} \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \boxed{(2, 0)}$$

γ) Την εξίσωση της ευθείας που έχει την ίδια κλίση με την με την ϵ_1 και τέμνει το άξονα yy' στο σημείο $(0, -3)$.

$$\lambda = -\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{a = -\frac{1}{2}}$$

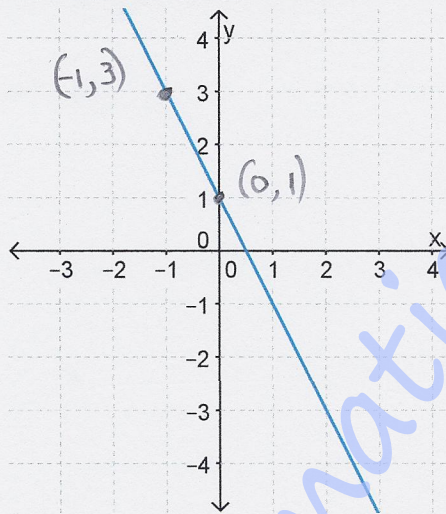
$$\left. \begin{array}{l} \text{Σ.Τ. } \psi\psi' (0, -3) \Rightarrow \boxed{b = -3} \\ \\ \end{array} \right\}$$

$$\boxed{y = -\frac{1}{2}x - 3}$$

10. Να βρείτε στα πιο κάτω σχήματα:

(α) Την κλίση της ευθείας.

(β) Την εξίσωση της ευθείας.

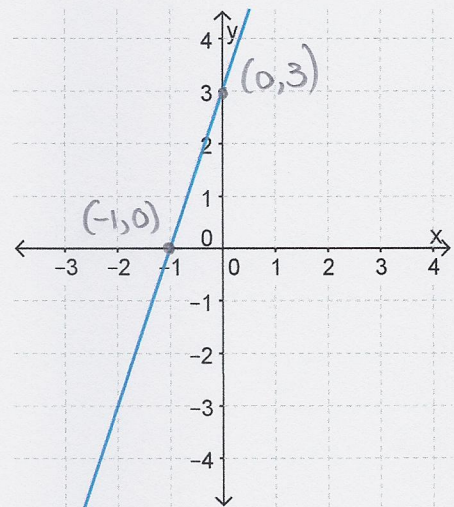


$$\lambda = \frac{\Delta\psi}{\Delta x} = \frac{\psi_2 - \psi_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 1}{-1 - 0} = \frac{2}{-1} = -2$$

$$\text{τέμνει } \psi\psi' (0, 1) \Rightarrow b = 1$$

$$\lambda = -2 \Rightarrow a = -2$$

$$\boxed{\psi = -2x + 1}$$



$$\lambda = \frac{\Delta\psi}{\Delta x} = \frac{\psi_2 - \psi_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 0}{0 - (-1)} = \frac{3}{1} = 3$$

$$\text{τέμνει } \psi\psi' (-1, 0) \Rightarrow b = 3$$

$$\lambda = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$\boxed{\psi = 3x + 3}$$

11. Η ευθεία $y = ax + \beta$ περνά από τα σημεία $A(0, -5)$ και $B(1, -3)$.

α) Να δείξετε ότι $a = 2$ και $\beta = -5$.

$$\left. \begin{array}{l} (0, -5) \quad y = ax + \beta \\ -5 = a \cdot 0 + \beta \\ \boxed{\beta = -5} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} (1, -3) \quad y = ax - 5 \\ -3 = a \cdot 1 - 5 \\ -3 + 5 = a \\ \boxed{a = 2} \end{array} \right\} y = 2x - 5$$

β) Να παραστήσετε γραφικά την ευθεία.

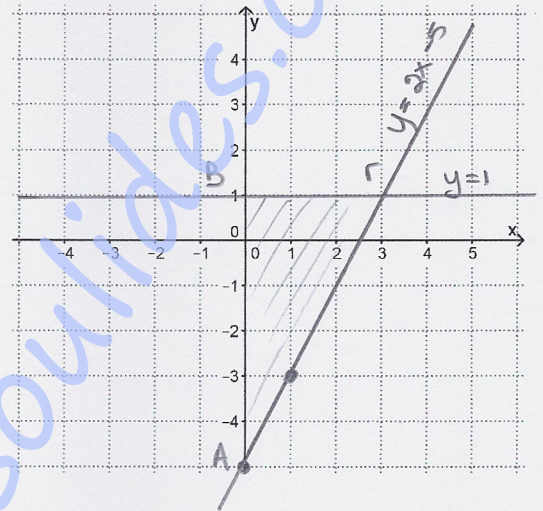
$$(0, -5)$$

$$(1, -3)$$

γ) Να βρείτε το σημείο στο οποίο η ευθεία τέμνει τον άξονα των xx' .

$$\begin{array}{l} y = 2x - 5 \\ x \cdot x' \Rightarrow \psi = 0 \\ 0 = 2x - 5 \\ \frac{5}{2} = \frac{2x}{2} \end{array} \quad \begin{array}{l} x = \frac{5}{2} \\ \left(\frac{5}{2}, 0\right) \end{array}$$

δ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου που περικλείεται από την πιο πάνω ευθεία, τον άξονα των y και την ευθεία $y = 1$.



$$E = \frac{b \cdot v}{2}$$

$$E = \frac{3 \cdot 6}{2}$$

$$E = 9 \tau \mu$$

$$AB = 6 \mu$$

$$BG = 3 \mu$$

12. Να λύσετε τα πιο κάτω συστήματα: (Μ. 20)

$$\begin{cases} 2\alpha + \beta = 7 \\ 8\alpha - 2\beta = 10 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (1^{\text{η}}) \quad 2\alpha + \beta &= 7 \\ \beta &= 7 - 2\alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta &= 7 - 2 \cdot 2 \\ \beta &= 7 - 4 \end{aligned}$$

$$\boxed{\beta = 3}$$

$$(2^{\text{η}}) \quad 8\alpha - 2\beta = 10$$

$$\Leftrightarrow 8\alpha - 2(7 - 2\alpha) = 10$$

$$\Leftrightarrow 8\alpha - 14 + 4\alpha = 10$$

$$\Leftrightarrow 8\alpha + 4\alpha = 10 + 14$$

$$\Leftrightarrow \frac{12\alpha}{12} = \frac{24}{12}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\alpha = 2}$$

$$\begin{cases} 3x + 5\psi = 1 \\ x - \psi = 4 + \psi \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 5\psi = 1 \\ x - 2\psi = 4 \end{cases} \begin{matrix} (1^{\text{η}}) \\ (2^{\text{η}}) \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} (2^{\text{η}}) \quad x - 2\psi &= 4 \\ x &= 2\psi + 4 \end{aligned}$$

$$x = 2 \cdot (-1) + 4$$

$$x = -2 + 4$$

$$\boxed{x = 2}$$

$$(1^{\text{η}}) \quad 3x + 5\psi = 1$$

$$\Leftrightarrow 3(2\psi + 4) + 5\psi = 1$$

$$\Leftrightarrow 6\psi + 12 + 5\psi = 1$$

$$\Leftrightarrow 6\psi + 5\psi = 1 - 12$$

$$\Leftrightarrow \frac{11\psi}{11} = \frac{-11}{11}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\psi = -1}$$

13. Σε ένα αγώνα καλαθόσφαιρας στις 14 Ιουνίου του 1987 η εθνική Ελλάδα νίκησε την Σοβιετική Ένωση με 103 – 101. Ο Νίκος Γκάλης πέτυχε 40 πόντους. Στον αγώνα πέτυχε 22 βολές από τις οποίες οι οκτώ ήταν του ενός πόντου και οι υπόλοιπες ήταν των 2 και των 3. Πόσα τρίποντα πέτυχε εκείνο το βράδυ.

	Αρ. Βολών	Πόντοι
βολές 1	8 · 1 → 8	
βολές 2	x · 2 → 2x	
βολές 3	ψ · 3 → 3ψ	
	22	40

$$\begin{aligned} \text{1}^{\text{η}} \quad & 8 + x + \psi = 22 \\ & x = 22 - 8 - \psi \\ & x = 14 - \psi \\ & x = 14 - 4 \\ & \boxed{x = 10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2}^{\text{η}} \quad & 8 + 2x + 3\psi = 40 \\ \Leftrightarrow & 8 + 2(14 - \psi) + 3\psi = 40 \\ \Leftrightarrow & 8 + 28 - 2\psi + 3\psi = 40 \\ \Leftrightarrow & -2\psi + 3\psi = 40 - 8 - 28 \\ \Leftrightarrow & \boxed{\psi = 4} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} 8 + x + \psi &= 22 \\ 8 + 2x + 3\psi &= 40 \end{aligned} \right\} \begin{matrix} \text{1}^{\text{η}} \\ \text{2}^{\text{η}} \end{matrix}$$

14. Η κυρία Γιολάντα έχει αγοράσει 86 γαρύφαλλα για να διακοσμήσει το εστιατόριο της. Έφτιαξε 3 ωραία βάζα με 8 γαρύφαλλα το καθένα για την είσοδο και τα υπόλοιπα τα χώρισε σε 13 βάζα. Αν σε κάθε μικρό βάζο έβαζε 4 ενώ σε κάθε μεγάλο βάζο 6, να βρείτε πόσα μικρά βάζα χρησιμοποίησε.

	Αρ. Βάζων	Πουγκουδιά
Είσοδο	3 · 8 → 24	
Μικρά	x · 4 → 4x	
Μεγάλα	ψ · 6 → 6ψ	
	13	86

$$\begin{aligned} \text{1}^{\text{η}} \quad & x + \psi = 13 \\ & x = 13 - \psi \\ & x = 13 - 5 \\ & \boxed{x = 8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2}^{\text{η}} \quad & 24 + 4x + 6\psi = 86 \\ \Leftrightarrow & 24 + 4(13 - \psi) + 6\psi = 86 \\ \Leftrightarrow & 24 + 52 - 4\psi + 6\psi = 86 \\ \Leftrightarrow & -4\psi + 6\psi = 86 - 24 - 52 \\ \Leftrightarrow & \frac{2\psi}{2} = \frac{10}{2} \\ & \boxed{\psi = 5} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} x + \psi &= 13 \\ 24 + 4x + 6\psi &= 86 \end{aligned} \right\}$$

15. Ο κύριος Πέτρος αγόρασε για τον γιο του μια μπάλα καλαθόσφαιρας και μια μπάλα πετόσφαιρας και πλήρωσε €58. Η τιμή μιας μπάλας καλαθόσφαιρας είναι κατά €4 περισσότερα από το διπλάσιο της τιμής της μπάλας πετόσφαιρας. Να βρείτε πόσα στοιχίζει η μπάλα της πετόσφαιρας.

Μπάλα Πετ.: x
Μπάλα Καλ.: y

$$\begin{aligned} x+y &= 58 & \textcircled{1^{\text{n}}} \\ y &= 2x+4 & \textcircled{2^{\text{n}}} \end{aligned}$$

$$\textcircled{2^{\text{n}}} \quad y = 2x + 4$$

$$\begin{aligned} y &= 2 \cdot 18 + 4 \\ y &= 40 \end{aligned}$$

$$\textcircled{1^{\text{n}}} \quad x + y = 58$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow x + 2x + 4 &= 58 \\ \Leftrightarrow x + 2x &= 58 - 4 \\ \Leftrightarrow \frac{3x}{3} &= \frac{54}{3} \\ \Leftrightarrow x &= 18 \end{aligned}$$

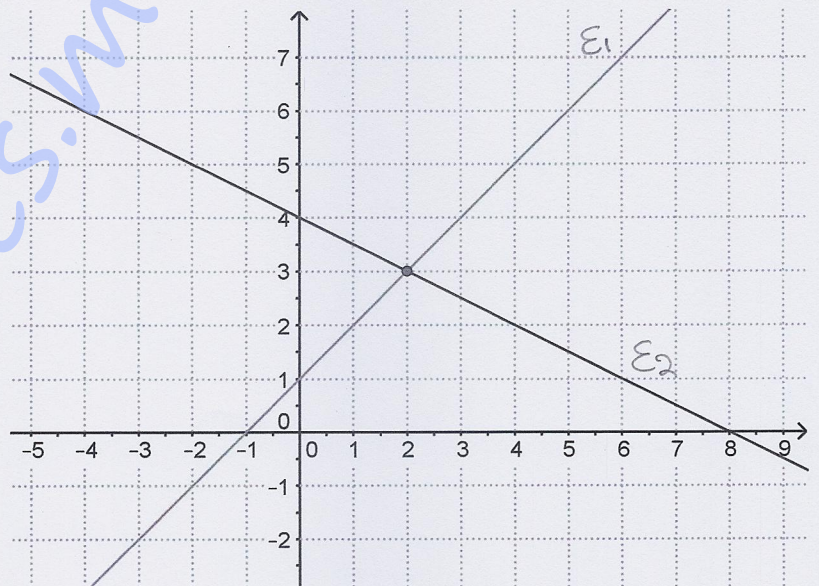
Μπάλα Πετ.: €18
Μπάλα Καλ.: €40

16. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η λύση του πιο κάτω συστήματος. Να βρείτε την λύση του συστήματος και τη δεύτερη εξίσωση του συστήματος:

$$\left. \begin{aligned} \text{Ε}_2: x + 2y &= 8 \\ \text{Ε}_1: y &= 1x + 1 \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} x + 2y &= 8 \Rightarrow \frac{2y}{2} = \frac{x+8}{2} \\ &\Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 4 \end{aligned}$$

Άρα, είναι η ευθεία Ε_2



$$\text{Ε}_1: \text{Σ.Τ. } \psi\psi' \quad (0, 1) \Rightarrow \boxed{b=1}$$

$$\begin{aligned} (2, 3) \quad y &= ax + b \\ y &= ax + 1 \\ 3 &= a \cdot 2 + 1 \\ 3 - 1 &= 2a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2a}{2} &= \frac{2}{2} \\ \boxed{a=1} & \end{aligned}$$

$$\text{Ε}_1: y = 1x + 1$$

Λύση
(2, 3)