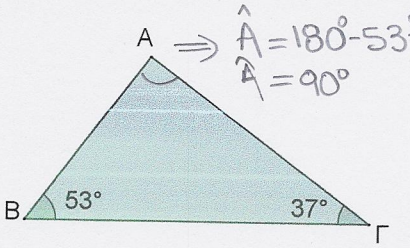
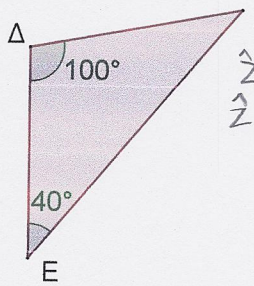
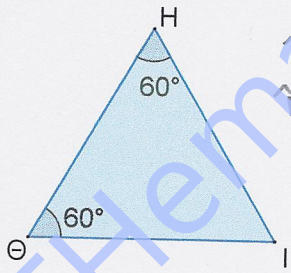
ΒΑΣΙΚΕΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Ενδεικτικές Επαναληπτικές Δραστηριότητες 2

1. Να βρείτε το είδος του τριγώνου στις πιο κάτω περιπτώσεις:

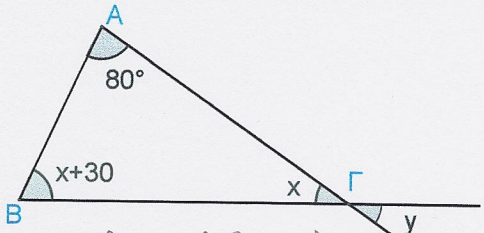
α/α	ΤΡΙΓΩΝΟ	ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΩΣ ΠΡΟΣ ΓΩΝΙΕΣ	ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΩΣ ΠΡΟΣ ΠΛΕΥΡΕΣ
(α)	 $\Rightarrow \hat{A} = 180^\circ - 53^\circ - 37^\circ$ $\hat{A} = 90^\circ$	☐ Οξυγώνιο ☐ Αμβλυγώνιο ☑ Ορθογώνιο	☑ Σκαληνό ☐ Ισοσκελές ☐ Ισόπλευρο
(β)	 $\hat{Z} = 180^\circ - 100^\circ - 40^\circ$ $\hat{Z} = 40^\circ$	☐ Οξυγώνιο ☑ Αμβλυγώνιο ☐ Ορθογώνιο	☐ Σκαληνό ☑ Ισοσκελές ☐ Ισόπλευρο
(γ)	 $\hat{I} = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ$ $\hat{I} = 60^\circ$	☑ Οξυγώνιο ☐ Αμβλυγώνιο ☐ Ορθογώνιο	☐ Σκαληνό ☐ Ισοσκελές ☑ Ισόπλευρο
(δ)	Το τρίγωνο έχει 2 εξωτερικές γωνίες 135° η κάθε μια. $\Rightarrow$ Άρα, 2 εξωτερικές 45° και η τρίτη γωνία 90°	☐ Οξυγώνιο ☐ Αμβλυγώνιο ☑ Ορθογώνιο	☐ Σκαληνό ☑ Ισοσκελές ☐ Ισόπλευρο

MATHematics.mousoulides.com

2. Να χαρακτηρίσετε με **ΣΩΣΤΟ** ή **ΛΑΘΟΣ** καθεμιά από τις πιο κάτω προτάσεις:

(α)	Διάμεσος τριγώνου είναι το ευθύγραμμο τμήμα που χωρίζει μια γωνία του σε δύο ίσες γωνίες.	**ΣΩΣΤΟ** / **ΛΑΘΟΣ**
(β)	Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο οι άλλες δύο γωνίες είναι οξείες.	**ΣΩΣΤΟ** / **ΛΑΘΟΣ**
(γ)	Ένα σκαληνό τρίγωνο μπορεί να είναι και αμβλυγώνιο.	**ΣΩΣΤΟ** / **ΛΑΘΟΣ**
(δ)	Οι γωνίες της βάσης ισοσκελούς τρίγωνου είναι πάντοτε ίσες μεταξύ τούς.	**ΣΩΣΤΟ** / **ΛΑΘΟΣ**

3. Να υπολογίσετε τις γωνίες των πιο κάτω τριγώνων $\overset{\Delta}{AB\Gamma}$ (με την βοήθεια εξίσωσης).



$x+30^\circ+x+80^\circ=180^\circ$ (α.γ.τ)

$\Leftrightarrow 2x=180^\circ-30^\circ-80^\circ$

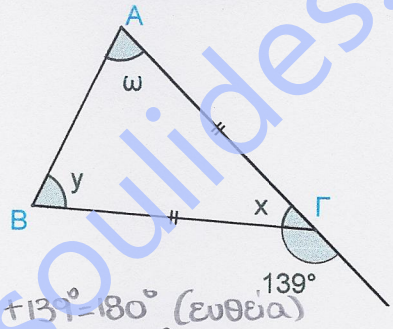
$\Leftrightarrow \frac{2x}{2}=\frac{70^\circ}{2}$

$\Leftrightarrow x=35^\circ$

$\hat{B}=65^\circ$

$\hat{\Gamma}=35^\circ$

$y=x=35^\circ$ (κατακορυφήν)



$x+139^\circ=180^\circ$ (ευθεία)

$\Leftrightarrow x=180^\circ-139^\circ$

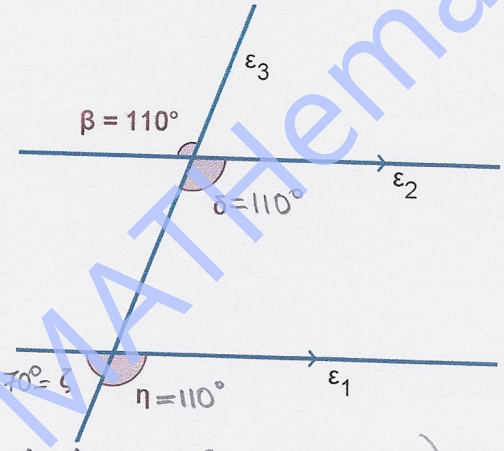
$\Leftrightarrow x=41^\circ$

$y+\omega+41^\circ=180^\circ$ (α.γ.τ)

$\Leftrightarrow 2y+41^\circ=180^\circ$ ισοσκελές

$\Leftrightarrow \frac{2y}{2}=\frac{139^\circ}{2}$ $y=69,5^\circ$

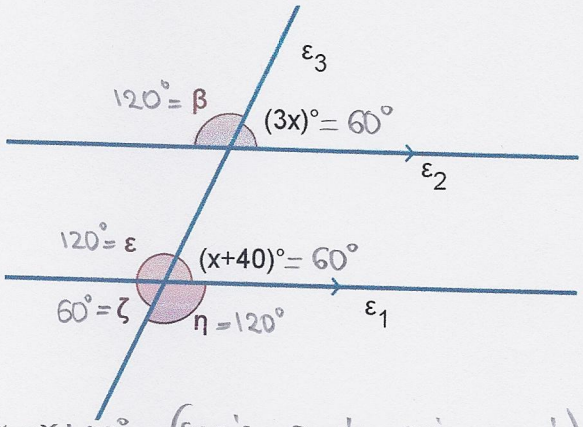
4. Στα πιο κάτω σχήματα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$, να υπολογίσετε τις σημειωμένες γωνίες του κάθε σχήματος, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



$\hat{\delta}=\hat{\beta}=110^\circ$ (κατακορυφήν)

$\hat{\eta}=\hat{\delta}=110^\circ$ (εντός εκτός επί ταυτά)

$\hat{\zeta}=180^\circ-110^\circ=70^\circ$ (ευθεία)



$3x=x+40^\circ$ (εντός εκτός επί ταυτά)

$\Leftrightarrow 3x-x=40$

$\Leftrightarrow \frac{2x}{2}=\frac{40}{2}$

$x=20^\circ$

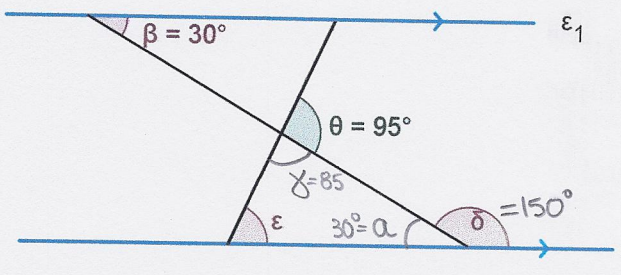
$\hat{\zeta}=60^\circ$ (κατακορυφήν - $x+40^\circ$)

$\hat{\eta}=180^\circ-60^\circ=120^\circ$ (ευθεία)

$\hat{\varepsilon}=\hat{\eta}=120^\circ$ (κατακορυφήν)

$\hat{\beta}=\hat{\varepsilon}=120^\circ$ (εντός εκτός επί ταυτά)

MATHematics.mousoulides.com



$\hat{\delta} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ (εντός επί τα αυτά)

$\hat{\alpha} = 30^\circ$ (εντός εναλλάξ – β)

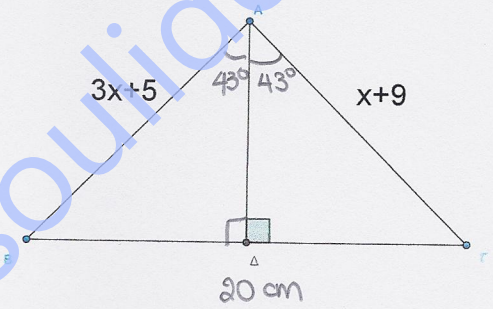
$\hat{\gamma} = 180 - 95^\circ = 85^\circ$ (ευθεία)

$\varepsilon + 85^\circ + 30^\circ = 180^\circ$ (α.γ.τ)

$\Leftrightarrow \varepsilon = 180^\circ - 30^\circ - 85^\circ$

$\Leftrightarrow \varepsilon = 65^\circ$

5. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές ($AB = A\Gamma$). Αν $A\Delta$ είναι ύψος, $B\Gamma = 20\ cm$, $\Delta\hat{A}\Gamma = 43^\circ$, να υπολογίσετε δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας:



(α) $B\Delta = \frac{20}{2} = 10cm$ $\overset{\triangle}{AB\Gamma}$ ισοσκελές Άρα, ΑΔ ύψος, διάμεσος και διχοτόμος

(β) $B\hat{A}\Delta = 43^\circ$

(γ) $A\Gamma = 11$ cm

$3x + 5 = x + 9$

$\Leftrightarrow 3x - x = 9 - 5$

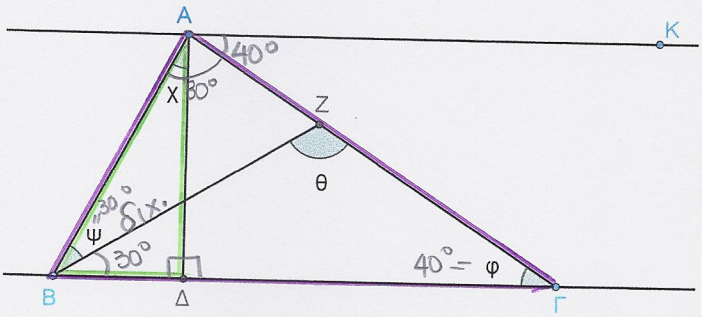
$\Leftrightarrow \frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$

$\Leftrightarrow x = 2$

(δ) $\hat{B} = 180^\circ - 90^\circ - 43^\circ$

$= 47^\circ$

6. Στο πιο κάτω σχήμα έχουμε ότι $AK \parallel B\Gamma$, $A\Delta \perp B\Gamma$ και BZ είναι διχοτόμος της $A\hat{B}\Gamma$. Αν $K\hat{A}\Gamma = 40^\circ$ και $B\hat{A}\Gamma = 80^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\chi}, \hat{\psi}, \hat{\varphi}, και\ \hat{\theta}$. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



$\hat{\varphi} = 40^\circ$ (εντός εναλλάξ)

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ$ (α.γ.τ. $\overset{\triangle}{AB\Gamma}$)

$80^\circ + \hat{B} + 40^\circ = 180^\circ$

$\hat{B} = 180^\circ - 80^\circ - 40^\circ$

$\hat{B} = 60^\circ$

$\psi = 30^\circ$ (BZ διχοτόμος)

$\hat{\theta} + 30^\circ + 40^\circ = 180^\circ$ (α.γ.τ. $\overset{\triangle}{BZ\Gamma}$)

$\hat{\theta} = 180^\circ - 30^\circ - 40^\circ$

$\hat{\theta} = 110^\circ$

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Delta} = 180^\circ$ (α.γ.τ. $\overset{\triangle}{AB\Delta}$)

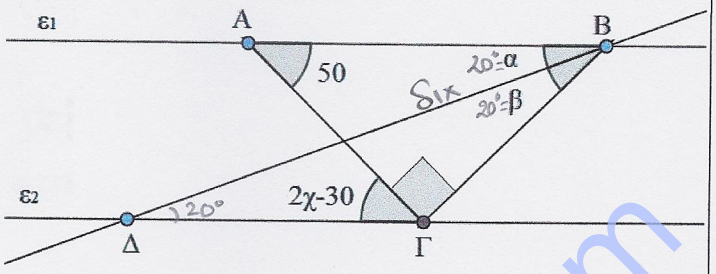
$x + 60^\circ + 90^\circ = 180$

$x = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ$

$x = 30^\circ$

MATHematics.mousoulides.com

7. Στο πιο κάτω σχήμα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$, $A\Gamma \perp B\Gamma$, $B\Delta$ διχοτόμος της $A\hat{B}\Gamma$. Να υπολογίσετε το x , τις γωνίες $\hat{\alpha}$ και $\hat{\beta}$. Στη συνέχεια να βρείτε το είδος του τριγώνου $\Delta\Gamma B$ ως προς τις πλευρές του.



$\hat{A}+\hat{B}+\hat{\Gamma}=180^\circ$ (α.γ.τ. $A\hat{B}\Gamma$)

$50+\hat{B}+90=180^\circ$

$\hat{B}=180^\circ-90^\circ-50^\circ$

$\hat{B}=40^\circ$

$a=b=\frac{40}{2}=20^\circ$ (ΒΔ διχοτόμος)

$2x-30^\circ=50^\circ$ (εντός εναλλάξ)

$2x=50^\circ+30^\circ$

$\frac{2x}{2}=\frac{80^\circ}{2}$

$x=40^\circ$

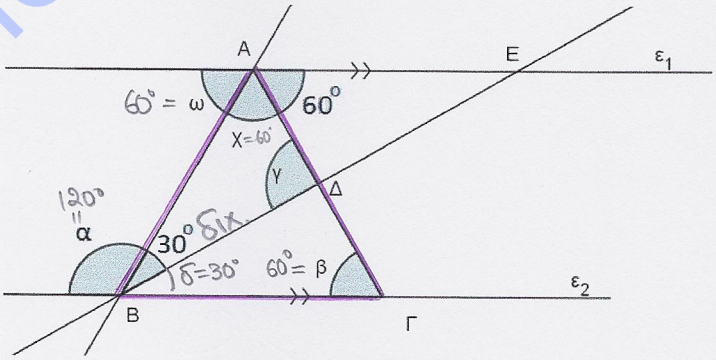
$\hat{\Delta}=\hat{a}=20^\circ$ (εντός εναλλάξ)

$\overset{\triangle}{\Delta B\Gamma}$: $\left.\begin{array}{l}\hat{\Delta}=20^\circ\\ \hat{B}=20^\circ\\ \hat{\Gamma}=140^\circ\end{array}\right\}$ ισοσκελές

8. Στο διπλανό σχήμα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$, $B\Delta$ διχοτόμος της $A\hat{B}\Gamma$, $A\hat{B}\Delta = 30^\circ$ και $\Delta\hat{A}E = 60^\circ$. Να βρείτε:

(α) τις γωνίες α, β, γ, x και ω,

(β) το είδος του τριγώνου $AB\Delta$ ως προς τις γωνίες του.



$\hat{\beta}=60^\circ$ (εντός εναλλάξ)

$\hat{\delta}=30^\circ$ (διχοτόμος)

$\hat{A}+\hat{B}+\hat{\Gamma}=180^\circ$ (α.γ.τ. $A\hat{B}\Gamma$)

$x+60^\circ+60^\circ=180^\circ$

$x=180^\circ-60^\circ-60^\circ$

$x=60^\circ$

$\omega=\hat{B}=60^\circ$ (εντός εναλλάξ)

$\hat{a}=180^\circ-60^\circ=120^\circ$ (εντός επί τα αυτά-ω)

$x+\gamma+30^\circ=180^\circ$ (α.γ.τ. $A\hat{B}\Delta$)

$60^\circ+\gamma+30^\circ=180^\circ$

$\gamma=180^\circ-60^\circ-30^\circ$

$\gamma=90^\circ$

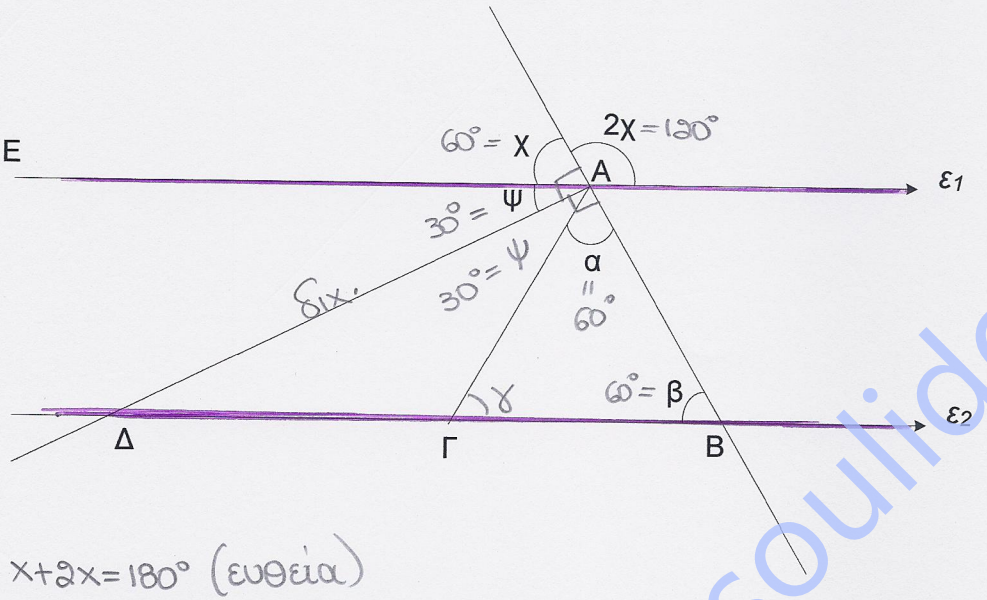
$\overset{\triangle}{AB\Delta}$: $\left.\begin{array}{l}\hat{A}=60^\circ\\ \hat{B}=30^\circ\\ \hat{\Delta}=90^\circ\end{array}\right\}$ ορθογώνιο

MATHematics.mousoulides.com

9. Στο πιο κάτω σχήμα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$, $A\Delta$ διχοτόμος της $E\hat{A}\Gamma$ και $A\Delta \perp AB$.

(α) Να υπολογίσετε τις γωνιές x, α, β, ψ

(β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου $AB\Gamma$ ως προς τις πλευρές και ως προς τις γωνίες του.



$x + 2x = 180°$ (ευθεία)

$\Leftrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{180°}{3}$

$\Leftrightarrow x = 60°$

$x + \psi = 90°$ $(A\Delta \perp AB)$

$\Leftrightarrow \psi = 90° - 60°$

$\Leftrightarrow \psi = 30°$

$\alpha = 90° - 30°$ (ορθή)

$\alpha = 60°$

$\beta = x = 60°$ (εντός εκτός επί ταυτά)

$\gamma = 180° - 60° - 60°$ (α.γ.τ. $\overset{\triangle}{AB\Gamma}$)

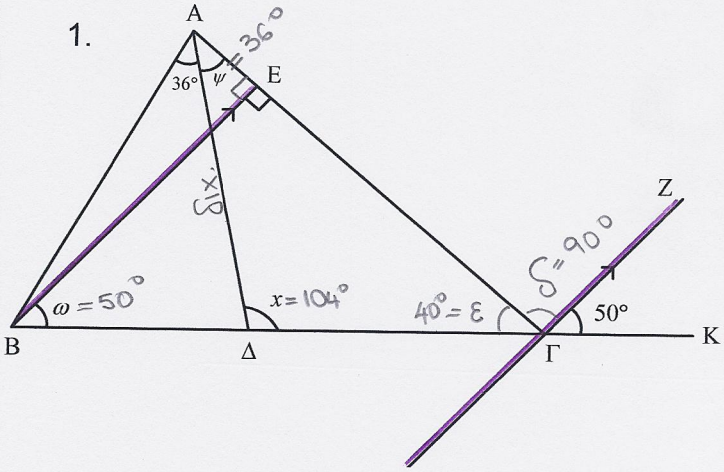
$\gamma = 60°$

$\overset{\triangle}{AB\Gamma}$:

$\left.\begin{array}{l}\hat{A} = 60° \\ \hat{B} = 60° \\ \Gamma = 60°\end{array}\right\}$ οξυγώνιο + ισόπλευρο.

MATHematics.mousoulides.com

1.



Δεδομένα	Ζητούμενα
$B\hat{A}\Delta = 36°$	$\hat{\omega} = ;$
$Z\hat{\Gamma}K = 50°$	$\hat{x} = ;$
$BE \perp A\Gamma$	$\hat{\psi} = ;$
$A\Delta$ διχοτόμος της $B\hat{A}\Gamma$	Το είδος του τριγώνου $A\Delta\Gamma$ ως προς τις γωνίες του και ως προς τις πλευρές του
$BE//\Gamma Z$	

$\psi = 36°$ (ΑΔ διχοτόμος)

$\hat{\delta} = 90°$ (εντός εναλλάξ - $B\hat{E}\Gamma$)

$\hat{\varepsilon} = 180° - 90° - 50° = 40°$ (ευθεία)

$\hat{\Delta} + \hat{A} + \hat{\Gamma} = 180°$

$x + \psi + \varepsilon = 180°$ (α.γ.τ. $\overset{\triangle}{A\Delta\Gamma}$)

$\Leftrightarrow x + 36° + 40° = 180°$

$\Leftrightarrow x = 180° - 36° - 40°$

$\Leftrightarrow x = 104°$

$\hat{B} + \hat{E} + \hat{\Gamma} = 180°$ (α.γ.τ. $\overset{\triangle}{BE\Gamma}$)

$\omega + 90° + 40° = 180°$

$\Leftrightarrow \omega = 180° - 90° - 40°$

$\omega = 50°$

$\overset{\triangle}{A\Delta\Gamma}$:

$\left.\begin{array}{l}\hat{A} = 36° \\ \hat{\Delta} = 104° \\ \hat{\Gamma} = 40°\end{array}\right\}$ αμβλυγώνιο + σκαληνό

MATHematics.mousoulides.com