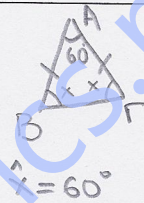


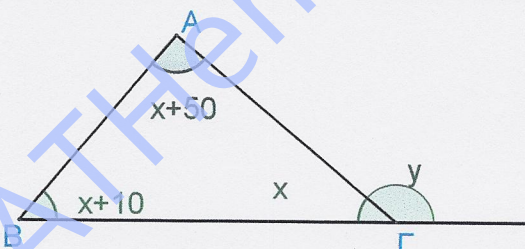
ΒΑΣΙΚΕΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Ενδεικτικές Επαναληπτικές Δραστηριότητες 1

1. Να βρείτε το είδος του τριγώνου $AB\Gamma$ στις πιο κάτω περιπτώσεις:

Γωνίες	ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΩΣ ΠΡΟΣ ΓΩΝΙΕΣ	ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΩΣ ΠΡΟΣ ΠΛΕΥΡΕΣ
$\Rightarrow \hat{B} = 180^\circ - (52^\circ + 38^\circ)$ $\hat{B} = 90^\circ$ Αν $\hat{A} = 52^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 38^\circ$	<input type="checkbox"/> Οξυγώνιο <input type="checkbox"/> Αμβλυγώνιο <input checked="" type="checkbox"/> Ορθογώνιο	<input checked="" type="checkbox"/> Σκαληνό <input type="checkbox"/> Ισοσκελές <input type="checkbox"/> Ισόπλευρο
$\Rightarrow \hat{\Gamma} = 180^\circ - (50^\circ + 60^\circ)$ $\hat{\Gamma} = 70^\circ$ Αν $\hat{A} = 50^\circ$ και $\hat{B} = 60^\circ$	<input checked="" type="checkbox"/> Οξυγώνιο <input type="checkbox"/> Αμβλυγώνιο <input type="checkbox"/> Ορθογώνιο	<input checked="" type="checkbox"/> Σκαληνό <input type="checkbox"/> Ισοσκελές <input type="checkbox"/> Ισόπλευρο
$\hat{A} = 180^\circ - (84^\circ + 48^\circ)$ $\hat{A} = 48^\circ$ Αν $\hat{B} = 84^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 48^\circ$	<input checked="" type="checkbox"/> Οξυγώνιο <input type="checkbox"/> Αμβλυγώνιο <input type="checkbox"/> Ορθογώνιο	<input type="checkbox"/> Σκαληνό <input checked="" type="checkbox"/> Ισοσκελές <input type="checkbox"/> Ισόπλευρο
Αν $AB = A\Gamma = 5\text{ cm}$ και $\hat{A} = 60^\circ$ 	<input checked="" type="checkbox"/> Οξυγώνιο <input type="checkbox"/> Αμβλυγώνιο <input type="checkbox"/> Ορθογώνιο	<input type="checkbox"/> Σκαληνό <input type="checkbox"/> Ισοσκελές <input checked="" type="checkbox"/> Ισόπλευρο

2. Να υπολογίσετε τις γωνίες των πιο κάτω τριγώνων $AB\Gamma$ (με την βοήθεια εξίσωσης).



$$x + x + 10^\circ + x + 50^\circ = 180^\circ \text{ (α.γ.τ)}$$

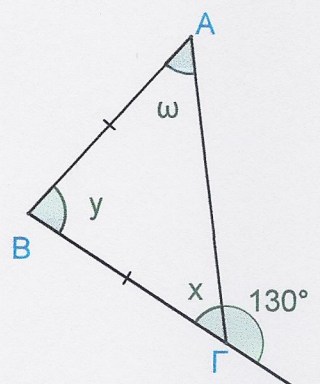
$$\Rightarrow 3x = 180^\circ - 10^\circ - 50^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{3x}{3} = \frac{120^\circ}{3}$$

$$\Rightarrow x = 40^\circ$$

$$\left. \begin{matrix} \hat{A} = 90^\circ \\ \hat{B} = 50^\circ \\ \hat{\Gamma} = 40^\circ \end{matrix} \right\} \text{ Παρ. η } \Rightarrow y = 180^\circ - 40^\circ \text{ (παρ. η)}$$

$$y = 140^\circ$$



$$x = 180^\circ - 130^\circ \text{ (παρ. η)}$$

$$x = 50^\circ$$

$$x = w = 50^\circ \text{ (1606 κελές)}$$

$$y + 50^\circ + 50^\circ = 180^\circ \text{ (α.γ.τ)}$$

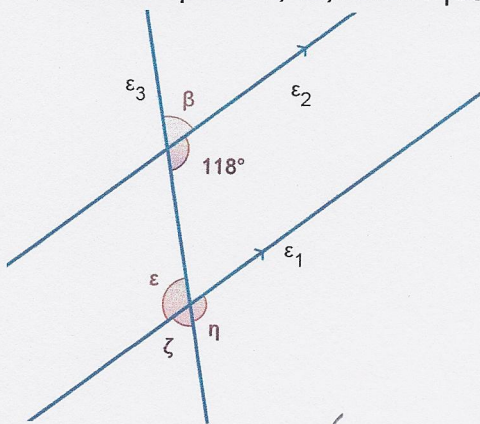
$$\Rightarrow y = 180^\circ - 100^\circ$$

$$\Rightarrow y = 80^\circ$$

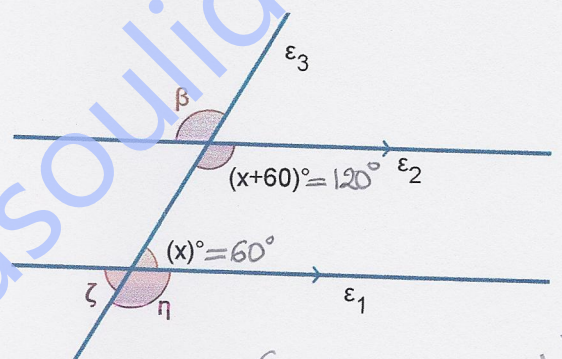
3. Να χαρακτηρίσετε με **ΣΩΣΤΟ** ή **ΛΑΘΟΣ** καθεμιά από τις πιο κάτω προτάσεις:

(α) Σε ένα τρίγωνο το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει το μέσο μιας πλευράς με την απέναντι κορυφή λέγεται ύψος.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(β) Στο αμβλυγώνιο τρίγωνο υπάρχει μόνο μία αμβλεία γωνία	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(γ) Ένα ορθογώνιο τρίγωνο μπορεί να είναι και ισόπλευρο	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(δ) Το άθροισμα των γωνιών κάθε τετραπλεύρου είναι ίσο με 180° .	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(ε) Ένα ισόπλευρο τρίγωνο είναι και ισοσκελές.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

4. Στα πιο κάτω σχήματα $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2$, να υπολογίσετε τις σημειωμένες γωνίες του κάθε σχήματος, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



$\hat{b} = 180^\circ - 118^\circ = 62^\circ$ (παραπληρωματικές)
 $\hat{\epsilon} = 118^\circ$ (εντός εναλλάξ - 118°)
 $\hat{\eta} = \hat{\epsilon} = 118^\circ$ (κατακορυφήν)
 $\hat{\zeta} = 180^\circ - 118^\circ = 62^\circ$ (παραπληρωματικές - ϵ)



$x + x + 60^\circ = 180^\circ$ (εντός επι ταυτά)
 $\Leftrightarrow 2x = 180^\circ - 60^\circ$
 $\Leftrightarrow \frac{2x}{2} = \frac{120^\circ}{2}$
 $\Leftrightarrow x = 60^\circ$
 $b = 120^\circ$ (κατακορυφήν)
 $\zeta = 60^\circ$ (κατακορυφήν)
 $\hat{\eta} = 120^\circ$ (εντός εκτός επι ταυτά - $x + 60^\circ$)

5. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τετράπλευρου ΑΒΓΔ.

$90 + x - 2 + 90 + 2x + \delta = 360$ (άθροισμα γωνιών Τετραπλεύρου)

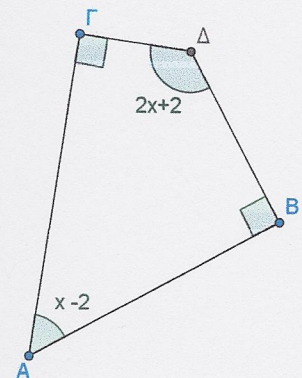
$\Leftrightarrow 3x = 360 - 180$

$\Leftrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{180}{3}$

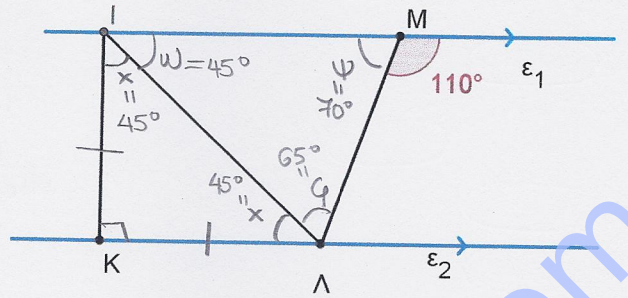
$\Leftrightarrow x = 60^\circ$

$\hat{\Delta} = 122^\circ$

$\hat{A} = 58^\circ$



6. Στο διπλανό σχήμα $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2$ και $IK\Lambda$ ορθογώνιο ισοσκελές τρίγωνο, να βρείτε το είδος του τριγώνου $IM\Lambda$ ως προς τις γωνίες του.



$$x + x + 90^\circ = 180^\circ \text{ (α.χ.τ. } \triangle IK\Lambda \text{ 160σκελές + ορθογώνιο)}$$

$$\Leftrightarrow 2x = 180^\circ - 90^\circ$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{2} = \frac{90^\circ}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 45^\circ$$

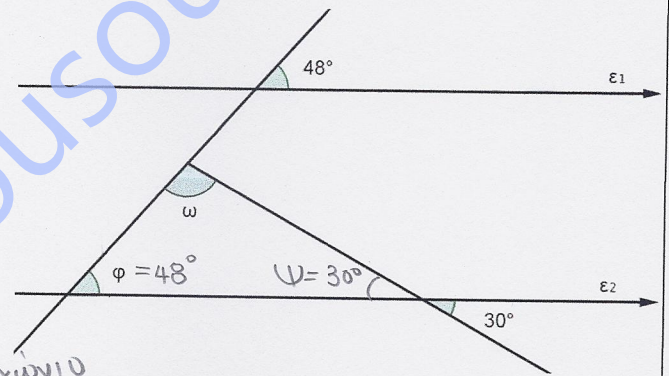
$$\psi = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ \text{ (ευθεία)}$$

$$\hat{\omega} = \hat{x} = 45^\circ \text{ (εντός εναλλάξ)}$$

$$\left. \begin{aligned} \psi + \omega + \phi &= 180^\circ \text{ (α.χ.τ. } \triangle IM\Lambda) \\ \Leftrightarrow \psi + 45^\circ + 70^\circ &= 180^\circ \\ \Leftrightarrow \phi &= 180^\circ - 70^\circ - 45^\circ \\ \Leftrightarrow \phi &= 65^\circ \end{aligned} \right\} \text{ Άρα, } \triangle IM\Lambda \text{ οξυγώνιο}$$

7. Στο πιο κάτω σχήμα $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2$, να βρείτε:

- (α) τις γωνίες ω και ϕ ,
- (β) το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.



$$\phi = 48^\circ \text{ (εντός εκτός επι ταυτά)}$$

$$\psi = 30^\circ \text{ (κατακορυφήν)}$$

$$\omega + 48^\circ + 30^\circ = 180^\circ \text{ (α.χ.τ.)}$$

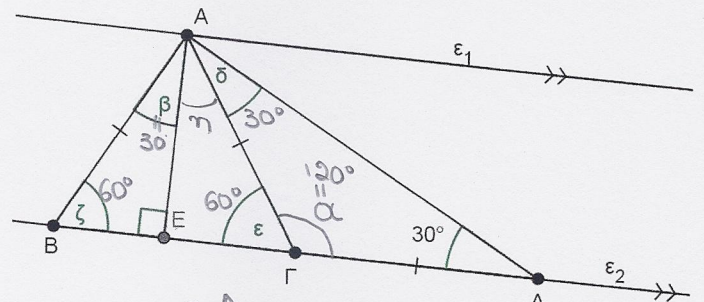
$$\Leftrightarrow \omega = 180^\circ - 30^\circ - 48^\circ$$

$$\Leftrightarrow \omega = 102^\circ$$

Άρα, αμβυγώνιο

8. Στο πιο διπλανό σχήμα, να βρείτε:

- (α) τις γωνίες $\beta, \delta, \epsilon, \zeta$ και
- (β) το είδος των τριγώνων $AB\Gamma$ και $AB\Delta$.



$$\hat{\delta} = 30^\circ \text{ (} \triangle A\Gamma\Delta \text{ 160σκελές)}$$

$$\hat{\alpha} = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ \text{ (α.χ.τ. } \triangle A\Gamma\Delta)$$

$$\hat{\alpha} = 120^\circ$$

$$\hat{\epsilon} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \text{ (ευθεία)}$$

$$\hat{\epsilon} = \hat{\zeta} = 60^\circ \text{ (} \triangle AB\Gamma \text{ 160σκελές)}$$

$$\hat{\beta} = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ \text{ (α.χ.τ. } \triangle ABE)$$

$$\hat{\beta} = 30^\circ$$

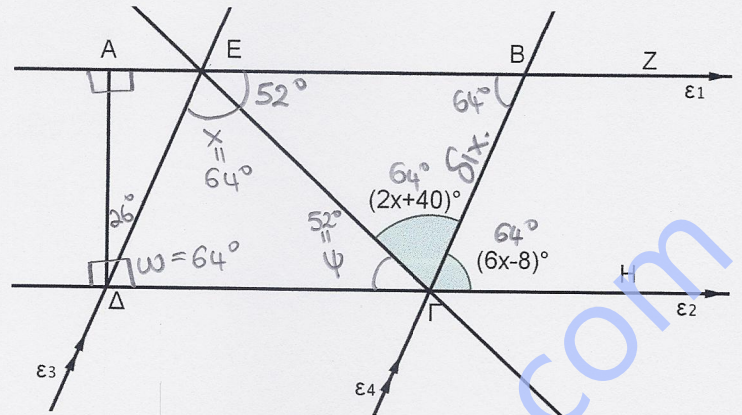
$\hat{b} = \hat{\eta} = 30^\circ$ ($\triangle AB\Gamma$ 160σκελές)
Άρα, AE ύψος και διχοτόμος

$$\hat{B}\hat{A}\hat{\Delta} = \hat{b} + \hat{\eta} + \hat{\delta} = 90^\circ$$

Άρα, $\triangle AB\Delta$ ορθογώνιο + σκαληνό
 $\triangle AB\Gamma$ ισόπλευρο + οξυγώνιο ($60^\circ - 60^\circ - 60^\circ$)

$$\left. \begin{aligned} \hat{A} &= 90^\circ \\ \hat{B} &= 60^\circ \\ \hat{\Delta} &= 30^\circ \end{aligned} \right\} 3$$

9. Στο πιο κάτω σχήμα είναι $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2$, $\epsilon_3 \parallel \epsilon_4$, GB διχοτόμος της γωνίας $E\hat{G}H$, $\Delta A \perp \epsilon_1$, $E\hat{G}B = (2x + 40)^\circ$, $B\hat{G}H = (6x - 8)^\circ$.
- (α) Να υπολογίσετε τις γωνίες: $E\hat{G}B$, $B\hat{G}H$, $E\hat{B}G$, $B\hat{E}G$, $E\hat{\Delta}G$, $A\hat{\Delta}E$
- (β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου BEG ως προς τις γωνίες του και ως προς τις πλευρές του.



$$2x + 40 = 6x - 8 \quad (\text{GB διχοτόμος})$$

$$\Leftrightarrow 2x - 6x = -40 - 8$$

$$\Leftrightarrow \frac{-4x}{-4} = \frac{-48}{-4}$$

$$\Leftrightarrow x = 12$$

$$\begin{aligned} \hat{EGB} &= 64^\circ \\ \hat{BGH} &= 64^\circ \\ \hat{EBG} &= 64^\circ \quad (\text{εντός εναλλάξ} - \hat{BGH}) \\ \hat{BEG} &= 180 - 64 - 64 \quad (\text{α.γ.τ. } \hat{EBG}) \\ &= 52^\circ \end{aligned}$$

$$x = 64^\circ \quad (\text{εντός εναλλάξ} - \hat{EGB})$$

$$\psi = 52^\circ \quad (\text{εντός εναλλάξ} - \hat{BEG})$$

$$\omega = 64^\circ \quad (\text{εντός εκτός επι ταύτα} - \hat{BGH})$$

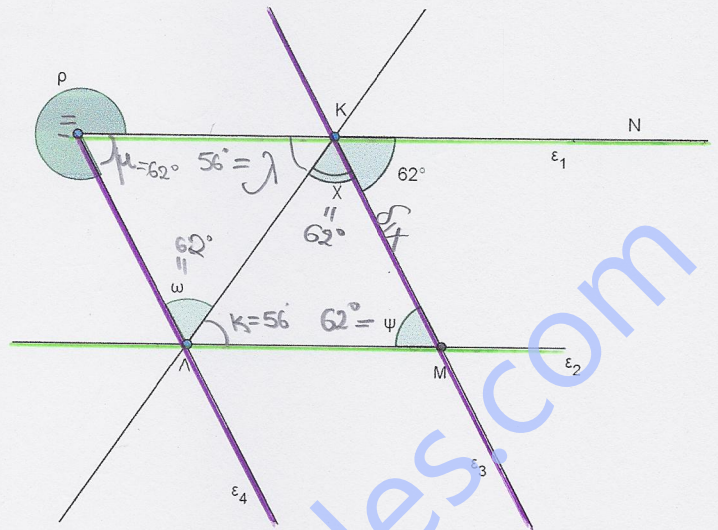
$$\hat{ADE} = 90^\circ - 64^\circ = 26^\circ \quad (\text{συμπληρωματικές})$$

$\Delta A \perp \epsilon_1$
 $\Delta A \perp \epsilon_2$

$$\begin{aligned} \hat{BEG} &: \\ \hat{B} &= 64^\circ \\ \hat{G} &= 64^\circ \\ \hat{E} &= 52^\circ \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Άρα, } \Delta BEG \\ \text{ισοσκελές} \\ \text{οξυγώνιο} \end{array} \right\}$$

Άρα, ΔBEG ισοσκελές
οξυγώνιο

10. Στο πιο κάτω σχήμα οι ευθείες $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2, \epsilon_3 \parallel \epsilon_4$. Η KM είναι διχοτόμος της γωνίας $\angle KN$. Να υπολογίσετε τις γωνίες x, ψ, ω, ρ και στη συνέχεια να βρείτε το είδος του τριγώνου KLM ως προς τις πλευρές του.



$x = 62^\circ$ (κΜ διχοτόμος)

$\psi = 62^\circ$ (εντός εναλλάξ - \hat{MKN})

$\kappa = 180^\circ - 62^\circ - 62^\circ$ (α.γ.τ. \hat{KLM})
 $= 56^\circ$

$\omega + \kappa + \psi = 180^\circ$ (εντός επιπέδου $\epsilon_2 \parallel \epsilon_4$)

$\omega = 62^\circ$ (εντός εναλλάξ - \hat{LKM})

$\lambda = 180^\circ - 62^\circ - 62^\circ$ (ευθεία)

$\lambda = 56^\circ$

$\mu = 180 - 62 - 56$ (α.γ.τ. \hat{KLN})

$\mu = 62^\circ$

$\rho = 360^\circ - 62^\circ$ (σημης)

$\rho = 298^\circ$

\hat{KLM} : } οξυγώνιο + ισοσκελές

$\hat{K} = 62^\circ$

$\hat{L} = 62^\circ$

$\hat{M} = 56^\circ$

11. Να κατασκευάσετε οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ και να φέρετε το ύψος AD , τη διτόμο BE και τη διάμεσο ΓM .

