

# ΔΙΑΙΡΕΤΟΤΗΤΑ

## Ενδεικτικές Επαναληπτικές Δραστηριότητες 2

1. (α) Να βάλετε σε κύκλο τους πρώτους αριθμούς:

1,  2,  5, 9,  11, 16,  29,  53, 115, 231

(β) Να γράψετε τα πολλαπλάσια του 7 που είναι μικρότερα του 37.

$$\Pi_7 = \{0, 7, 14, 21, 28, 35\}$$

(γ) Να εξετάσετε χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των διαιρετών αν το 24 διαιρεί το 480072.

$$480072 = 480000 + 72 \\ = 24 \cdot 20000 + 24 \cdot 3$$

$$\left. \begin{array}{l} 24 \overline{) 480000} \\ 24 \overline{) 72} \end{array} \right\} 24 \overline{) \begin{array}{r} 480072 \\ 480000 \\ \hline 72 \end{array}}$$

2. Να βάλετε σε κύκλο τη σωστή απάντηση σε καθεμιά από τις πιο κάτω ερωτήσεις:

(α) Ο αριθμός που διαιρείται με το 9 και δίνει ηλίκο 6 και υπόλοιπο 3 είναι ο:

(i) 18                      (ii) 51                      (iii) 54                       (iv) 57

(β) Ο πιο κάτω αριθμός είναι πολλαπλάσιο του 25 και του 9:

(i) 405                      (ii) 30450                       (iii) 51075                      (iv) 875

(γ) Η ανάλυση του 360 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων είναι:

(i)  $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$                       (ii)  $2^3 \cdot 5 \cdot 9$                       (iii)  $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$                       (iv)  $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$

(δ) Ο πιο κάτω αριθμός έχει ακριβώς τρεις διαφορετικούς πρώτους παράγοντες:

(i) 18                      (ii) 15                       (iii) 70                      (iv) 23

(ε) Ο Μ.Κ.Δ των αριθμών  $3^2 \cdot 5$ ,  $2^2 \cdot 5^3$  και  $2 \cdot 3^3 \cdot 7^2$  είναι:

(i)  $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^3 \cdot 7^2$                       (ii)  $2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7^2$                       (iii)  $2 \cdot 3^2 \cdot 5$                        (iv) κανένα από τα προηγούμενα

(στ) Το Ε.Κ.Π των αριθμών  $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$  και  $3 \cdot 5 \cdot 7$  είναι:

(i)  $3^2 \cdot 5$                        (ii)  $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$                       (iii)  $3 \cdot 5$                       (iv)  $2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

(ζ) Οι αριθμοί 9 και 28 είναι:

(i) άρτιοι                      (ii) περιττοί                      (iii) πρώτοι                       (iv) πρώτοι μεταξύ τους

(η) Σήμερα είναι Σάββατο, μετά από 124 μέρες θα είναι:

(i) Παρασκευή                      (ii) Σάββατο                       (iii) Πέμπτη                      (iv) Δευτέρα

3. Να συμπληρώσετε τα τετραγωνάκια με το κατάλληλο ψηφίο ώστε ο αριθμός:

(α)  $39 \square$  να διαιρείται με το 5 ή 395

(β)  $7 \square 3$  να διαιρείται με το 9

(γ)  $5 \square 1 \square$  να διαιρείται με το 3 και το 4 ή 5016 ή 5316 ή 5616 ή 5916 ή 5418

(δ)  $42 \square \square$  να διαιρείται με το 25 και το 9

(ε)  $68 \square 4 \square$  να διαιρείται με το 5 και με το 9 αλλά όχι με το 2

(στ)  $95 \square 2 \square$  να διαιρείται με το 3 και με το 10 και όχι με το 9 ή 95820

4. Η ανάλυση ενός αριθμού  $\alpha$  σε γινόμενο πρώτων παραγόντων είναι  $\alpha = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot \beta$ , όπου  $\beta$  είναι πρώτος αριθμός. Να γράψετε πέντε σύνθετους αριθμούς που διαιρούν τον αριθμό  $\alpha$ .

π.χ.

$4/a$	$5 \cdot 6/a$
$8/a$	$2 \cdot 6/a$
$15/a$	$\vdots$
$55/a$	
$6/a$	
$12/a$	
$\vdots$	

5. Ένα βιβλίο των Μαθηματικών έχει περισσότερες από 200 και λιγότερες από 300 σελίδες. Αν τις μετρήσουμε ανά 5, 7 και 15 δεν περισσεύει καμία. Πόσες είναι οι σελίδες του βιβλίου;

$$\begin{aligned} 5 &= 5^1 \\ 7 &= 7^1 \\ 15 &= 3^1 \cdot 5^1 \end{aligned}$$

$$\text{εκπ}[5, 7, 15] = 3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$$

θα μπορούσε να ήταν 105, 210, 315, ... 105·k  
Από τα δεδομένα οι σελίδες είναι 210.  $\leftarrow$  KEN

3. Να συμπληρώσετε τα τετραγωνάκια με το κατάλληλο ψηφίο ώστε ο αριθμός:

(α)  $39 \boxed{0}$  να διαιρείται με το 5 ή  $395$

(β)  $7 \boxed{8} 3$  να διαιρείται με το 9

(γ)  $5 \boxed{4} 1 \boxed{2}$  να διαιρείται με το 3 και το 4 ή  $5016$  ή  $5316$  ή  $5616$  ή  $5916$

(δ)  $42 \boxed{7} \boxed{5}$  να διαιρείται με το 25 και το 9

(ε)  $68 \boxed{4} 4 \boxed{5}$  να διαιρείται με το 5 και με το 9 αλλά όχι με το 2

(στ)  $95 \boxed{5} 2 \boxed{0}$  να διαιρείται με το 3 και με το 10 και όχι με το 9 ή  $95820$

4. Η ανάλυση ενός αριθμού  $\alpha$  σε γινόμενο πρώτων παραγόντων είναι  $\alpha = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot \beta$ , όπου  $\beta$  είναι πρώτος αριθμός. Να γράψετε πέντε σύνθετους αριθμούς που διαιρούν τον αριθμό  $\alpha$ .

$4/\alpha$   
 $8/\alpha$   
 $15/\alpha$   
 $55/\alpha$   
 $6/\alpha$   
 $12/\alpha$   
 $\vdots$

5. Ένα βιβλίο των Μαθηματικών έχει περισσότερες από 200 και λιγότερες από 300 σελίδες. Αν τις μετρήσουμε ανά 5, 7 και 15 δεν περισσεύει καμία. Πόσες είναι οι σελίδες του βιβλίου;

$5$   
 $7$   
 $15 = 3 \cdot 5$

$$\text{εκπ}[5, 7, 15] = 3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$$

θα μπορούσε να ήταν  $105, 210, 315, \dots, 105 \cdot k$   
από τα δεδομένα οι σελίδες είναι  $210$   $k \in \mathbb{N}$

6. Οι μαθητές της Α' Γυμνασίου ενός σχολείου συγκέντρωσαν τρόφιμα για να τα μοιράσουν σε άπορες οικογένειες. Κατάφεραν να συγκεντρώσουν 144 πακέτα μακαρόνια, 90 κουτιά γάλα και 54 πακέτα αλεύρι με τα οποία έκαναν όσο μπορούσαν περισσότερα όμοια δέματα.

(α) Πόσες οικογένειες βοήθησαν;

(β) Πόσα από το κάθε είδος είχε το κάθε δέμα;

$$\begin{array}{r|l} 144 & 2 \\ 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$144 = 2^4 \cdot 3^2$$

$$90 = 2^1 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$54 = 2 \cdot 3^3$$

$$\begin{aligned} \text{ΜΚΔ}(144, 90, 54) &= 2 \cdot 3^2 \\ &= 2 \cdot 9 \\ &= 18 \text{ οικογένειες} \end{aligned}$$

$$144 \overline{) 18} \\ \underline{18} \\ 0 \text{ μακαρόνια}$$

$$90 \overline{) 18} \\ \underline{18} \\ 0 \text{ γάλα}$$

$$54 \overline{) 18} \\ \underline{18} \\ 0 \text{ αλεύρι}$$

7. Να βάλετε  $\checkmark$  στις ισότητες που είναι ορθές και  $\times$  στις ισότητες που είναι λανθασμένες:

- Ένας αριθμός που διαιρείται με το 3 διαιρείται πάντα και με το 9 ..... $\times$ .....
- Οι διαιρετές του 5 είναι όλοι πρώτοι αριθμοί ..... $\times$ .....
- Το 8 είναι πολλαπλάσιο του 72 ..... $\times$ .....
- Ένας αριθμός διαιρείται με το 9. Αν αλλάξουμε τη θέση των ψηφίων του ο αριθμός που προκύπτει δεν διαιρείται με το 9 ..... $\times$ .....
- Ένα πιθανόν υπόλοιπο της διαίρεσης ενός φυσικού αριθμού με το 7 είναι το 9 ..... $\times$ .....
- Το άθροισμα δύο πρώτων αριθμών είναι πάντοτε πρώτος αριθμός ..... $\times$ .....
- Δύο περιττοί αριθμοί είναι πάντοτε πρώτοι μεταξύ τους ..... $\times$ .....
- Αν  $\alpha, \beta$  φυσικοί αριθμοί τέτοιοι ώστε  $\text{Μ.Κ.Δ}(\alpha, \beta) = 1$ , τότε  $\text{Ε.Κ.Π}(\alpha, \beta) = \alpha \cdot \beta$  ..... $\checkmark$ .....

8. Να βρείτε συμπληρώστε τον αριθμό  $7\boxed{8}3$  ώστε να διαιρείται με το 9 και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι ο αριθμός αυτός διαιρείται με το 9.

$$\begin{aligned}783 &= 7 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 3 \cdot 1 \\ &= 7 \cdot (99+1) + 8(9+1) + 3 \\ &= \underline{7 \cdot 99} + 7 \cdot 1 + \underline{8 \cdot 9} + 8 \cdot 1 + 3 \\ &= 7 \cdot 99 + 8 \cdot 9 + 7 + 8 + 3 \\ &= \text{πολ} \cdot 9 + \text{πολ} \cdot 9 + 18 \\ &= \text{πολ} \cdot 9 + \text{πολ} \cdot 9 + \text{πολ} \cdot 9\end{aligned}$$

Άρα,  $9 \mid 783$

6. Οι μαθητές της Α' Γυμνασίου ενός σχολείου συγκέντρωσαν τρόφιμα για να τα μοιράσουν σε άπορες οικογένειες. Κατάφεραν να συγκεντρώσουν 144 πακέτα μακαρόνια, 90 κουτιά γάλα και 54 πακέτα αλεύρι με τα οποία έκαναν όσο μπορούσαν περισσότερα όμοια δέματα.

(α) Πόσες οικογένειες βοήθησαν;

(β) Πόσα από το κάθε είδος είχε το κάθε δέμα;

$$\begin{array}{r|l} 144 & 2 \\ 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$144 = 2^4 \cdot 3^2$$

$$90 = 2^1 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$54 = 2 \cdot 3^3$$

$$\begin{aligned} \text{ΜΚΔ}(144, 90, 54) &= 2 \cdot 3^2 \\ &= 2 \cdot 9 \\ &= 18 \text{ οικογένειες} \end{aligned}$$

$$144 \begin{array}{r} | 18 \\ \hline 8 \text{ μακαρόνια} \end{array}$$

$$90 \begin{array}{r} | 18 \\ \hline 5 \text{ γάλα} \end{array}$$

$$54 \begin{array}{r} | 18 \\ \hline 3 \text{ αλεύρι} \end{array}$$

7. Να βάλετε  $\checkmark$  στις ισότητες που είναι ορθές και  $\times$  στις ισότητες που είναι λανθασμένες:

- Ένας αριθμός που διαιρείται με το 3 διαιρείται πάντα και με το 9 ..... $\times$ .....
- Οι διαιρέτες του 5 είναι όλοι πρώτοι αριθμοί ..... $\times$ .....
- Το 8 είναι πολλαπλάσιο του 72 ..... $\times$ .....
- Ένας αριθμός διαιρείται με το 9. Αν αλλάξουμε τη θέση των ψηφίων του ο αριθμός που προκύπτει δεν διαιρείται με το 9 ..... $\times$ .....
- Ένα πιθανόν υπόλοιπο της διαίρεσης ενός φυσικού αριθμού με το 7 είναι το 9 ..... $\times$ .....
- Το άθροισμα δύο πρώτων αριθμών είναι πάντοτε πρώτος αριθμός ..... $\times$ .....
- Δύο περιττοί αριθμοί είναι πάντοτε πρώτοι μεταξύ τους ..... $\times$ .....
- Αν  $\alpha, \beta$  φυσικοί αριθμοί τέτοιοι ώστε  $\text{Μ.Κ.Δ}(\alpha, \beta) = 1$ , τότε  $\text{Ε.Κ.Π}(\alpha, \beta) = \alpha \cdot \beta$  ..... $\checkmark$ .....

8. Να βρείτε συμπληρώστε τον αριθμό  $7\boxed{8}3$  ώστε να διαιρείται με το 9 και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι ο αριθμός αυτός διαιρείται με το 9.

$$\begin{aligned}783 &= 7 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 3 \cdot 1 \\ &= 7 \cdot (99+1) + 8(9+1) + 3 \\ &= \underline{7 \cdot 99} + \underline{7 \cdot 1} + \underline{8 \cdot 9} + \underline{8 \cdot 1} + \underline{3} \\ &= 7 \cdot 99 + 8 \cdot 9 + 7 + 8 + 3 \\ &= \text{πολ} \cdot 9 + \text{πολ} \cdot 9 + 18 \\ &= \text{πολ} \cdot 9 + \text{πολ} \cdot 9 + \text{πολ} \cdot 9\end{aligned}$$

Άρα,  $9 \mid 783$