

ΔΙΑΙΡΕΤΟΤΗΤΑ

Ενδεικτικές Επαναληπτικές Δραστηριότητες 1

1. Δώστε τον τύπο της «Ευκλείδειας Διαίρεσης».

$$\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon, \quad 0 \leq \upsilon < \delta$$

2. Δύο αριθμοί λέγονται πρώτοι μεταξύ τους όταν:

Οι αριθμοί που δεν έχουν κοινούς διαιρέτες άλλους εκτός από το 1, ή οι αριθμοί a, b που έχουν $\text{ΜΚΔ}(a, b) = 1$

3. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται πρώτοι αριθμοί;

Οι αριθμοί, διάφοροι του 1, που έχουν διαιρέτες μόνο το 1 και τον εαυτό τους.

4. Δίνεται ο αριθμός 32. Να γράψετε τα σύνολα με:

α. όλους τους διαιρέτες του. $\Delta_{32} = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$

β. όλα τα πολλαπλάσια του που είναι μικρότερα του 100.

$$\Pi_{32} = \{0, 32, 64, 96\}$$

5. Να γράψετε όλους τους περιττούς πρώτους αριθμούς που είναι μικρότεροι του 20.

$$\{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$$

6. Ποιοι αριθμοί μπορεί να είναι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός φυσικού αριθμού με τον αριθμό 6;

$$\begin{array}{l} \upsilon = 0 \\ \upsilon = 1 \\ \upsilon = 2 \\ \upsilon = 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{ή} \\ \text{ή} \\ \text{ή} \\ \text{ή} \end{array} \quad \begin{array}{l} \upsilon = 4 \\ \upsilon = 5 \end{array} \quad \text{ή} \quad 0 \leq \upsilon < 6$$

7. Να βρείτε τον αριθμό, ο οποίος όταν διαιρεθεί με το 11, δίνει ηλίκο 6 και υπόλοιπο 9.

$$\begin{array}{l} \delta = 11 \\ \pi = 6 \\ \upsilon = 9 \\ \Delta = ? \end{array} \quad \begin{array}{l} \Delta = \pi \cdot \delta + \upsilon \\ = 6 \cdot 11 + 9 \\ = 66 + 9 \\ = 75 \end{array}$$

8. Να βρείτε τον Μ.Κ.Δ. και το Ε.Κ.Π. των αριθμών $2^2 \cdot 5 \cdot 7$ και $2^3 \cdot 3 \cdot 5$.

$$\text{Μ.Κ.Δ.} = 2^2 \cdot 5 = 4 \cdot 5 = 20$$

$$\text{Ε.Κ.Π.} = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 8 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 840$$

9. Να εξετάσετε κατά πόσο ο αριθμός 17 διαιρεί τον αριθμό 341751. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

$$341751 = 340000 + 1700 + 51$$

$$= 2 \cdot 17 \cdot 10000 + 17 \cdot 100 + 17 \cdot 3$$

$$= \text{πολ. } 17 + \text{πολ. } 17 + \text{πολ. } 17$$

17 | 340000 και 17 | 51 } 17 | (34000 + 1700 + 51). Άρα, 17 | 341751

10. Να συμπληρώσετε με Σ τις προτάσεις που είναι αληθείς και με Λ όσες είναι ψευδείς.

α. $3 \mid 3412110 \dots \Sigma$

β. Το 30 είναι πολλαπλάσιο του 0 ...Λ..

γ. Το άθροισμα δύο πρώτων αριθμών είναι πάντα άρτιος αριθμός ...Λ.. $(2+3=5)$

δ. Ο αριθμός 231 είναι πρώτος αριθμός ...Λ.. $(3 \mid 231)$

ε. Το 23 διαιρεί το 4623 ...Σ..

$$4623 = 4600 + 23$$

στ. Οι αριθμοί 12 και 9 είναι πρώτοι μεταξύ τους ...Λ.. $\text{ΜΚΔ} = 3$

11. Να συμπληρώσετε κατάλληλα τα κενά ώστε οι αριθμοί:

α. $42\boxed{0}$ να διαιρείται με το 2. ή 422 ή 424 ή 426 ή 428

β. $28\boxed{5}$ να διαιρείται με το 5 και το 3.

γ. $2\boxed{0}4\boxed{0}$ να διαιρείται με το 3 και το 4. 2340 ή 2640 ή 2940 ή 2244 ή

δ. $13\boxed{5}0$ να διαιρείται με το 25 και το 9. 2544 ή 2844 ή 2148 ή 2448

ε. $45\boxed{1}3\boxed{5}$ να διαιρείται με το 9 και το 5 αλλά όχι με το 10.

στ. $45\boxed{3}3\boxed{0}$ να διαιρείται με το 3 και το 10 αλλά όχι με το 9. ή 45930

12. Σε μια εκδρομή πήραν μέρος 48 άνδρες, 18 γυναίκες και 15 παιδιά.

α. Να βρείτε τον μεγαλύτερο αριθμό ομοιόμορφων ομάδων που μπορούν να σχηματιστούν.

β. Πόσους άνδρες, πόσες γυναίκες και πόσα παιδιά θα έχει η κάθε ομάδα;

γ. Αν τα παιδιά δεν πάρουν μέρος τελικά στην εκδρομή, σε πόσες ομοιόμορφες ομάδες μπορούν να χωριστούν οι συμμετέχοντες;

$$\begin{array}{r} 48 \mid 2 \\ 24 \mid 2 \\ 12 \mid 2 \\ 6 \mid 2 \\ 3 \mid 3 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 18 \mid 2 \\ 9 \mid 3 \\ 3 \mid 3 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \mid 3 \\ 5 \mid 5 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 48 = 2 \cdot 3 \\ 18 = 2 \cdot 3^2 \\ 15 = 3 \cdot 5 \end{array}$$

$$\gamma(\alpha) \text{ ΜΚΔ}(48, 18, 15) = 3 \text{ ομάδες}$$

$$\gamma(\beta) (16 \text{ άνδρες}, 6 \text{ γυναίκες}, 5 \text{ παιδιά})$$

$$\gamma(\gamma) \text{ ΜΚΔ}(48, 18) = 2 \cdot 3 = 6 \text{ ομάδες}$$

13. Τρεις κομήτες εμφανίζονται στην Γη, ο πρώτος κάθε 12 χρόνια, ο δεύτερος κάθε 15 χρόνια και ο τρίτος κάθε 20 χρόνια. Αν οι τρεις κομήτες εμφανίστηκαν συγχρόνως το 2010,

α. Πότε θα ξαναεμφανιστούν μαζί. (Χρονολογία)

β. Στα επόμενα 350 χρόνια, πόσες φορές θα εμφανιστούν και οι τρεις ταυτόχρονα;

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ \hline 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ \hline & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ \hline 5 & 5 \\ & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ \hline 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ \hline & 1 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} 12 = 2^2 \cdot 3 \\ 15 = 3 \cdot 5 \\ 20 = 2^2 \cdot 5 \end{array} \right\} \text{ΕΚΠ } [12, 15, 20] = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$= 4 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

(α) $2010 + 60 = 2070$

(β)
$$\begin{array}{r|l} 350 & 60 \\ \hline -30 & \\ \hline & 5 \text{ φορές} \end{array}$$

14. Να βρείτε τον φυσικό αριθμό, που αν διαιρεθεί με το 7 δίνει ηλίκο τετραπλάσιο του υπολοίπου και είναι μεταξύ των αριθμών 70 και 90.

$$\begin{array}{r|l} \Delta & 7 \\ \hline & \pi=4 \\ \hline \nu=1 & \end{array}$$

$$\Delta = 7 \cdot 4 + 1 = 29$$

απορρίπτεται

$$\begin{array}{r|l} \Delta & 7 \\ \hline & \pi=8 \\ \hline \nu=2 & \end{array}$$

$$\Delta = 7 \cdot 8 + 2 = 58$$

απορρίπτεται

$$\begin{array}{r|l} \Delta & 7 \\ \hline & \pi=12 \\ \hline \nu=3 & \end{array}$$

$$\Delta = 7 \cdot 12 + 3 = 87$$

15. (α) Να βρείτε έναν τριψήφιο αριθμό που να διαιρείται με το 2 και με το 3.

(β) Να αποδείξετε ότι ο αριθμός αυτός διαιρείται με το 2.

(γ) Να αποδείξετε ότι ο αριθμός αυτός διαιρείται με το 3.

(α) Π.χ 234

$$\begin{aligned} (β) \quad 234 &= 230 + 4 \\ &= 23 \cdot 10 + 4 \\ &= \underbrace{23}_{\in \mathbb{N}} \cdot \underbrace{10}_{\in \mathbb{N}} + \underbrace{4}_{\in \mathbb{N}} \\ &= \text{πολ. } 2 + \text{πολ. } 2 \\ &= \text{πολ. } 2 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 \overline{)30} \\ 2 \overline{)4} \end{array} \right\} 2 \overline{)234}$$

$$\begin{aligned} (γ) \quad 234 &= 2 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 4 \\ &= 2 \cdot (99 + 1) + 3 \cdot (9 + 1) + 4 \\ &= \underbrace{2 \cdot 99}_{\text{πολ. } 9} + \underbrace{2 \cdot 1 + 3 \cdot 9}_{\text{πολ. } 9} + \underbrace{3 \cdot 1 + 4}_{2+3+4} \\ &= \text{πολ. } 9 + \text{πολ. } 9 + 2 + 3 + 4 \\ &= \text{πολ. } 3 + \text{πολ. } 3 + 9 \\ &= \text{πολ. } 3 + \text{πολ. } 3 + \text{πολ. } 3 \end{aligned}$$

Άρα, $3 \overline{)234}$